

مع

سلسلة رفعة

للرياضيات متعة



أسهل

أجمل

ثالث متوسط

تأليف

رفعه ناصر سعد العرجاني
إبتسام حسن عطيه الزهراني
أمل عطيه معيض المزروعي
أشواق محمد أحمد الغامدي
صالحة عبد الله عسيري

مراجعة

بتول سالم موسى فاضل
مطلق زائد الحارثي

أبسط

الفصل الدراسي الثاني

نسخة إلكترونية مجانية لا تباع

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية

أ / رفعه العرجاني / أمل المزروعي / ابتسام الزهراني
مع سلسلة رفعة الرياضيات (للرياضيات متعة)
لصف الثالث متوسط - الفصل الدراسي الثاني
رقم الإيداع ١٤٤٢/٦٥٧١ تاريخه ١٤٤٢/٨/١
رقم الدرمة ١ - ٩٩٤٧ - ٠٣ - ٠٣ - ٦٠٣ - ٩٧٨

الرياضيات البسيطة

(الصف الثالث متوسط - الفصل الدراسي الثاني)
أ / أشواق محمد المانع الغامري
رقم الإيداع ١٤٤٢/٦٥٧٢ تاريخه ١٤٤٢/٨/١
رقم الدرمة ٤ - ٧٥٠٠ - ٠٣ - ٠٣ - ٦٠٣ - ٩٧٨

شاهد وحده

أ / صالحه عبد الله عسييري
(الصف الثالث متوسط - الفصل الدراسي الثاني)

رقم الإيداع ١٤٤٢/٤١٧٩ تاريخه ١٤٤٢/٦/١
رقم الدرمة ٩ - ٦٤٤٥ - ٠٣ - ٠٣ - ٦٠٣ - ٩٧٨

بسم الله الرحمن الرحيم

المقدمة

الحمد لله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين

أما بعد :

نبذة تعريفية لمجموعة رفعة

هي مجموعة تُدار من قبل معلمي ومعلمات الرياضيات من جميع أنحاء المملكة وهي قائمة على التطوير المهني لجميع المعلمين والمعلمات ، وابتكار الأفكار الإبداعية للتعليم العام ، والانتاج الموثق لكل ما يخص الرياضيات والتعليم العام و بهدف التسهيل والتيسير لمادة الرياضيات تقدم مجموعة رفعة بين أيديكم هذا العمل ضمن (سلسلة كتب رفعة) وتتميز هذه الكتب بما يلي :

- عرض المحتوى بصورة جذابة ومشوقة
 - عروض بصرية (باركود) في كل درس
 - اختبار قصير بعد كل درس (اختبر نفسك)
 - ملحق للإجابات ل (اختبر نفسك) للتأكد من صحة الحل
- و نطمح من خلاله إلى توصيل المفاهيم الرياضية وموضوعات المنهج بصورة سلسلة وواضحة وذلك لإفادة أبنائنا الطلاب وبناتنا الطالبات وتوفيراً لجهود مُعلمينا ومُعلماتنا الأفاضل

والله ولي التوفيق

رياضيات ثالث متوسط

الفصل السادس كثيرات الحدود

- ٧..... (٦-١) ضرب وحدات الحد
٩..... (٦-٢) قسمة وحدات الحد
١١..... (٦-٣) كثيرات الحدود
١٣..... (٦-٤) جمع كثيرات الحدود وطرحها
١٥..... (٦-٥) ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود
١٧..... (٦-٥) ضرب كثيرات الحدود
١٩..... (٦-٥) حالات خاصة من ضرب كثيرات الحدود

الفصل السابع التحليل المعادلات التربيعية

- ٢٢..... (٧-١) تحليل وحدات الحد
٢٤..... (٧-٢) استعمال خاصية التوزيع
٢٦..... (٧-٣) المعادلات التربيعية $س^٢ + ب س + ج = ٠$
٢٨..... (٧-٤) المعادلات التربيعية $أس^٢ + ب س + ج = ٠$
٣٠..... (٧-٥) المعادلات التربيعية: الفرق بين مربعين
٣٢..... (٧-٦) المعادلات التربيعية: المربعات الكاملة

الفصل الثامن الدوال التربيعية

- ٣٨..... (٨-١) تمثيل الدوال التربيعية بيانياً
٤٠..... (٨-٢) حل المعادلات التربيعية بيانياً
٤٢..... (٨-٣) حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع
٤٤..... (٨-٤) حل المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام

رياضيات ثالث متوسط

الفصل التاسع معادلات الجذرية والمثلثات

- ٤٧..... (١-٩) تبسيط العبارات الجذرية
- ٤٩..... (٢-٩) العمليات على العبارات الجذرية
- ٥١..... (٣-٩) معادلات الجذرية
- ٥٣..... (٤-٩) نظرية فيثاغورس
- ٥٥..... (٥-٩) امسافة بين نقطتين
- ٥٧..... (٦-٩) امثلثات امتشابهة
- ٥٩..... (٧-٩) النسب امثلثية

الفصل العاشر الاحصاء والاحتمالات

- ٦٢..... (١-١٠) تصميم دراسة مسحية
- ٦٤..... (٢-١٠) تحليل نتائج الدراسة امسحية
- ٦٦..... (٣-١٠) إحصائيات العينة معالم امجتمع
- ٦٨..... (٤-١٠) التباديل والتوافيق
- ٧٠..... (٥-١٠) احتمالات الحوادث امركبة

الفصل السادس: كثيرات الحدود

اختبر نفسك	الدرس	الفيديو	العرض البصري	عنوان الدرس
اختبر نفسك	الدرس			ضرب وحيدات الحد
اختبر نفسك	الدرس			قسمة وحيدات الحد
اختبر نفسك	الدرس			كثيرات الحدود
اختبر نفسك	الدرس			جمع كثيرات الحدود وطرحها
اختبر نفسك	الدرس			ضرب وحيدة الحد في كثيرة حدود
اختبر نفسك	الدرس			ضرب كثيرات الحدود
اختبر نفسك	الدرس			حالات خاصة من ضرب كثيرات الحدود

للوصول للعروض البصرية والفيديو

يمكن قراءة الباركود بمسحه بكاميرا الهاتف المحمول

ماذا سأتعلم؟

- ✓ أضرب وحدات الحد
- ✓ أبسط عبارات تتضمن وحدات الحد.

٦-١ ضرب وحدة الحد

تذكر:

إجراء العمليات على العبارات الأسية.

وحدات الحد: هي عبارة عن عدد أو متغير أو حاصل ضرب عدد في متغير واحد أو أكثر بأسس صحيحة غير سالبة.

٢٣ : وحدة حد لإنها عدد.

٥س : وحدة حد لإنها حاصل ضرب عدد في متغير.

$\frac{٥س^٢}{ص}$ ليست وحدة حد لإنها تتضمن متغير في المقام .

٤ + ٥س : ليست وحدة حد لإنها تتضمن عملية الجمع لذا فهي مكونه من اكثر من حد

أمثلة

العمليات على وحدات الحد

قوة حاصل الضرب

لإيجاد قوة حاصل الضرب اجد قوة كل عامل.

مثال

$$\begin{aligned} & (٣س^٣ص^٥)^٣ \\ & ٣(٣) (٥س)^٣ (ص)^٣ = \\ & ٣٧٢س^{١٥}ص^٣ = \end{aligned}$$

قوة القوة

لإيجاد قوة القوة نضرب الاسس.

مثال

$$\begin{aligned} & (٢ع)^٧ = ١٤ع \\ & [(٢ب)^٣]^٢ = ١٢ب \end{aligned}$$

ضرب القوى

لضرب قوتين لهما الاساس نفسه اجمع أسيهما.

مثال

$$\begin{aligned} & (٢س^٥ص^٧)^٣ \\ & (٣س^٥ص^٧) (٧س^٥ص^٧) = \\ & ١٤س^٥ص^١٤ = \end{aligned}$$

تبسيط العبارات التي تتضمن وحدات حد

$$(-٢ج^٣ه) (-٣ج^٤ل^٢) (ج^٢ه^٢ل)$$

$$\begin{aligned} & = -٢ج^٣ه^٢ (-٣ج^٤ل^٢) (ج^٢ه^٢ل) \\ & = ١٢ج^٩ه^٤ل^٣ \\ & = ١٨ج^٧ه^٣ل \end{aligned}$$

مثال

تبسيط عبارة تتضمن وحدات حد يعني أن
١) يظهر كل متغير على صورة اساس مرة واحدة .
٢) لاتتضمن العبارة قوة قوة .
٣) تكون جميع الكسور في أبسط صورة .

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- أي مما يلي لا يعتبر وحدة حد :

(أ) $\frac{س ص ع}{٢}$	(ب) $\frac{م ف - ٢}{ن}$	(ج) $٢٣أ ب ج د٢$	(د) $٣س٢ ص٣ ك٢$
٢- تبسيط العبارة $(٢ن٢)(٣ن٦) =$			
(أ) $١٢ن٢$	(ب) $٨ن٢$	(ج) $٨ن٤$	(د) $١٢ن٣$

٢- اكمل الفراغات التالية :

١- إذا كان طول مستطيل ٢٥ س^٣، وعرضه ٥ س^٢ فإن مساحته تساوي

٢- يسمى العدد أو المتغير أو حاصل ضرب عدد في متغير واحد أو أكثر بأسس صحيحة غير سالبة

٣- ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (*) أمام العبارة الخاطئة :

١- عند ضرب قوتين لهما الأساس نفسه تضرب الأسس ()

٢- العبارة س - ٢١ وحدة حد ()

٤- بسط كل عبارة مما يأتي:

$$٢ [٢ (٣ ٢)]$$

$$٣ (٢ -) ف ٢ ج ٢ ل ٣ (٢)$$

$$(٥ م ٤ ف) (٧ م ٤ ف ٣)$$

ماذا ستعلم؟
 أبسط عبارات تحتوي أسساً سالبة أو صفرية.
 أجد ناتج قسمة وعيدي حد.



تذكر:
ضرب وعيدات الحد

٦-٢ قسمة وعيدات الحد

قوى القسمة
 لإيجاد قوة القسمة
 أوجد كلاً من قوة البسط وقوة المقام

مثال

$$\frac{12x^{27}}{64} = \frac{3^3(3^9)x^{27}}{2^6(2^3)} = \frac{3^3(3^9)x^{27}}{2^9(2^3)} = \left(\frac{3^3}{2^3}\right)^{\frac{10}{3}}$$

قسمة القوى
 عند قسمة قوتين لهما الأساس نفسه أطرح أسيهما
 (أالبسط - أس المقام)

مثال

$$x^0 = (x^{-4}) \left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{x^0}{x^6}$$

خاصية الأسس السالبة
 أي عدد غير الصفر مرفوع للقوة سالبة
 يساوي مقلوب هذا العدد

مثال

$$\frac{h^4}{f^3} = \frac{h^4 f^{-3}}{f^3}$$

خاصية الاس الصفرى
 أي عدد غير الصفر مرفوع للقوة صفر يساوي واحد

مثال

$$1 = (x^2)^0$$

$$1 = (12)^0$$

رتبة المقدار

تستعمل رتبة المقدار مقارنة المقادير وتقدير الحسابات وإجرائها بسرعة وتعبر عن العدد مقرباً إلى أقرب قوى العشرة

مثلاً العدد ٩٥٠٠٠٠ مقرباً إلى أقرب قوى العشرة هو ١٠ أو ١٠٠٠٠٠٠ لذا فإن رتبة المقدار ٩٥٠٠٠٠ هي ٦١٠

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تبسيط العبارة $= \frac{٢٤ م ن}{٢ م ن}$

(أ) $\frac{٢ ن}{م}$	(ب) $\frac{٢ م}{ن}$	(ج) $٢ م ن$	(د) $٢ م ن$
٢- تبسيط العبارة $= \frac{ب٢ ج د}{ب ج د}$			
(أ) $٢ ب ج$	(ب) $ب٢ ج د$	(ج) $ب٢ د$	(د) $ب٢ ج د$

٢- اكمل الفراغات التالية :

١- تستعمل مقارنة المقادير و تقدير الحسابات و اجرائها بسرعة و تعبر عن العدد مقربا الى اقرب قوى العشرة

٣- ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١- عند قسمة قوتين لهما الأساس نفسه تطرح الأسس ()

٢- تبسيط العبارة (٣ س^٢ ص) = ٣ س^٢ ص ()

٤- بسط كل عبارة مما يأتي مفترضا أن المقام لا يساوي صفرا :

$$\left(\frac{٤ س٣}{٣ ص٤} \right)$$

$$\frac{٣ ن - ١ س - ٥}{٥ ن س}$$

$$\frac{٢ ن٤ ف٧}{٢ ن٧ ف٢}$$

ماذا سأتعلم؟

- ✓ أجد درجة كثيرة الحدود
- ✓ أكتب كثيرة الحدود بالصورة القياسية .



٦-٣ كثيرات الحدود

تذكر:

تميز وحدات الحد وخصائصها



كثيرة الحدود: هي وحيدة حد أو مجموع وحيدات حد ، وتسمى كل وحيدة حد منها حداً في كثيرة الحدود

وبعض كثيرات الحدود تحمل أسماء خاصة منها

ثلاثية الحدود

هي عبارة عن مجموع ثلاث وحيدات حد في أبسط شكل

مثل : $٨ + س + س^٢$

ثنائية الحدود

هي عبارة عن مجموع وحدتي حد في أبسط شكل

مثل : $س + س^٣$

وحيدة الحد

هي عبارة عن عدد أو متغير أو حاصل ضرب عدد في متغير واحد أو أكثر

مثل : $٥س$

كثيرات الحدود بالصورة القياسية

الصيغة القياسية لكثرة الحدود

كتابة الحدود بالترتيب التنازلي حسب درجتها

المعامل الرئيس

معامل أول حد لكثيرة الحدود بعد كتابتها بالصيغة القياسية

مثال : أكتب كثيرة الحدود $٥س + ٤س^٣ + ٨س + ١٢$

بالصيغة القياسية وحدد المعامل الرئيس

الحل : الخطوة الأولى : احدد درجة كل حد

$$\begin{array}{cccc} \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ ١ & ٣ & ٤ & ٢ \\ ١٢ + ٨س + ٤س^٣ + ٥س \end{array}$$

الخطوة الثانية : أكتب الحدود بالترتيب التنازلي لدرجاتها

$$٤س^٣ + ٤س + ٨س + ١٢$$

فيكون المعامل الرئيس هو ٤

درجة كثيرة الحدود

إذا كانت وحيدة حد

درجتها هي مجموع أسس كل متغيراتها

مثال : $٣س + ٥س^٢$

من الدرجة الرابعة لان مجموع الأسس $(٣ + ١) = ٤$

إذا كانت كثيرة حدود

توجد درجة كل حد من كثيرة الحدود وأعلى درجة منها هي درجة كثيرة الحدود مع العلم ان درجة الثابت تساوي صفر

مثال : $٢ + ٤س^٣ + ٥س$

الحد الأول : $٥س$ من الدرجة الأولى

الحد الثاني : $٤س^٣$ من الدرجة الثالثة

الحد الثالث : ٢ (حد ثابت) درجته صفر

أعلى درجة منها الثالثة

إذن كثيرة الحدود من الدرجة الثالثة

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تصنف كثيرة الحدود $٢س^٢ - ٤س - ٦$ على أنها :			
أ) وحيدة حد	ب) ثنائية حد	ج) ثلاثية حدود	د) غير ذلك
٢- درجة وحيدة الحد $٢د^٥ ب^٣ هي :$			
أ) الثالثة	ب) الخامسة	ج) الثامنة	د) الثانية

٢- ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (✗) أمام العبارة الخاطئة :

١- درجة كثيرة الحدود $٤س^٥ + ٥س - ٣$ من الدرجة الثالثة ()

٣- صل من العمود الأول بما يناسبه من العمود الثاني :

مجموع أسس كل متغيراتها	كثيرة الحدود
أكبر درجة لأي حد من حدودها	درجة وحيدة الحد
هي وحيدة حد أو مجموع وحيدات حد	درجة كثيرة الحدود

٤- اكتب كثيرة الحدود فيما يأتي بالصورة القياسية . وحدد المعامل الرئيس فيها :

- $٣س^٢ + ٣س + ٣$ س

ماذا سأتعلم؟

- ✓ أجمع كثيرات حدود
- ✓ أطرح كثيرات حدود



تذكر:



كتابة كثيرات الحدود بالصورة القياسية.

٦-٤ جمع كثيرات الحدود

جمع كثيرات الحدود

يتم جمع كثيرات الحدود بجمع الحدود المتشابهة

مثال: $(1 + 6س + ٤س^٢) + (٧ + ٥س + ٣س^٢)$

بجمع الحدود المتشابهة $[1 + ٧] + [٦س + ٥س] + [٤س^٢ + ٣س^٢]$

$$٨ + ١١س + ٧س^٢ =$$

طرح كثيرات الحدود

يمكن طرح كثيرة الحدود بإضافة نظيرها الجمعي

مثال: $(٢ + ٣س + ٢س^٢) - (٩ + ٦س + ٤س^٢)$

$$= (٢ - ٩) + (٣س - ٦س) + (٢س^٢ - ٤س^٢)$$

بجمع الحدود المتشابهة $[٢ - ٩] + [٣س - ٦س] + [٢س^٢ - ٤س^٢]$

$$= ٧ + ٣س + ٢س^٢ =$$

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

$$= (١ + ص٣) - (٥ - ص٢) \text{ ناتج}$$

أ) ٥ ص + ٦	ب) ص - ٤	ج) - ص - ٦	د) - ص - ٤
------------	----------	------------	------------

٢- ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (*) أمام العبارة الخاطئة :

١- يتم جمع كثيرتي حدود بجمع الحدود المتشابهة ()

٣- أوجد ناتج مايلي :

$$(س٢ ص - ٣ ص + ٢ ص) + (٣ ص + ٢ ص)$$

$$(٨ ص - ١٠ ص + ٢ ص) - (٧ ص + ١٢ ص)$$

٤- اكتشف الخطأ : يجد كل من ثامر و سلطان ناتج : (٢ ص - ٢ ص) - (٣ ص + ٣ ص - ٢ ص) . فأيهما كانت إجابته صحيحة ؟ فسر إجابتك .

سلطان

$$\begin{aligned} & (٢ ص - ٢ ص) - (٣ ص + ٣ ص - ٢ ص) \\ & = (٢ ص - ٢ ص) + (-٣ ص - ٣ ص + ٢ ص) \\ & = -٢ ص - ٤ ص \end{aligned}$$

ثامر

$$\begin{aligned} & (٢ ص - ٢ ص) - (٣ ص + ٣ ص - ٢ ص) \\ & = (٢ ص - ٢ ص) + (-٣ ص - ٣ ص + ٢ ص) \\ & = ٥ ص - ٢ ص - ٤ ص \end{aligned}$$

ماذا سأتعلم؟

- ✓ أضرب وعيدة حد في كثيرة حدود
- ✓ أعل معادلات تتضمن حاصل ضرب وعيدات حد في كثيرات حدود



تذكر:



ضرب وعيدات الحد.

٥-٦ ضرب وعيدة الحد في كثيرة حدود

ضرب وعيدة حد في كثيره حدود

لإيجاد حاصل ضرب كثيرة حدود في وعيدة حد نستعمل خاصية التوزيع
 مثال: $٥س + ٧$
 $٥س^٢ + (٧)س^٢ =$ خاصية التوزيع
 $١٠س^٢ + ١٤س =$ بالضرب

تبسيط العبارات التي تتضمن ضرب كثيرات الحدود

مثال: $٤د - (٣ + ٥د)$
 $٤د + (٥د) - (٣) - (٤د) =$ خاصية التوزيع
 $١٠د - ٢٤ - ١٢ + ٢٠ =$ بالضرب
 $١٨ - ١٢ + (٢٤ - ٢٠) =$ خاصية التجميع
 $١٨ - ١٢ + ٤ =$ بتجميع الحدود المتشابهه

معادلات تتضمن كثيرات حدود في طرفيها

نستطيع حل معادلات تتضمن حاصل ضرب وعيدة حد بكثيرة حدود باستعمال خاصية التوزيع

مثال: $٩س - (٤ - س)س = ١٦$
 $٩س + (س)س - (٤)س - (٣)س = ١٦$ بالتوزيع
 $٩س + ٣س - ٤س - ٣س = ١٦$ بالضرب
 $٩س = ١٦$ بالتجميع
 $٩س = ١٦$ بإضافة -٩س في الطرفين
 $٢ = ١٦ - ٩س$ بالقسمة على -٩

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

$$١- \text{ ناتج } ٣س٢ (٢س٢ - س) =$$

٣ (أ) ٥ س ٣ - ٤ س	٣ (ب) ٦ س ٣ - ٤ س	٣ (ج) ٥ س ٣ - ٤ س	٣ (د) ٦ س ٣ - ٤ س
٢- حل المعادلة $٣(٢ - ن) = ٤(٣ - ن)$ هو:			
٣ (أ)	٤ (ب)	٦ (ج)	٧ (د)

٢- أوجد ناتج الضرب :

$$-٣٤٣ (٢٢٢٢ - ٤٦٦٦ - ٣٣٣٣ - ٥٥٥٥)$$

٤- حل المعادلة $٢(٣ + ن) - (٣ - ن) = ١٨$

٣- بسط العبارة $س(٣س٢ + ٤) + ٢(٧س - ٣)$

٥ - اشترى أحمد تلفازا جديدا . ارتفاع شاشته يساوي نصف عرضها . بالإضافة إلى ٥ بوصات . و عرضها ٣٠ بوصة . أوجد ارتفاع الشاشة بالبوصات .

تذكر:

ضرب وحيدة حد في
كثيرة حدود

٦_٦ ضرب كثيرات الحدود

ضرب ثنائي حد

تستعمل خاصية التوزيع لضرب ثنائي حد
ويمكن ضرب ثنائي حد بإحدى الطريقتين

الطريقة الرأسية

الطريقة الأفقية

مثال: أوجد ناتج الضرب

$$\begin{array}{r} ٥+س \\ ٢+س \\ \hline ٥س+٢س \\ ١٠+س٢ \\ \hline ١٠+س٧+س٢ \end{array}$$

$$(٢+س)(٥+س)$$

مثال: أوجد ناتج الضرب

$$\begin{aligned} &(٢+س)(٥+س) \\ &= (س)(س) + (س)(٢) + (س)(٥) + (٢)(٥) \\ &= س٢ + ٢س + ٥س + ١٠ \\ &= س٢ + ٧س + ١٠ \end{aligned}$$

بجمع الحدود المتشابهة

نلاحظ انه عند ضرب عبارتين خطيتين تكون النتيجة عبارة تربيعية. العبارة التربيعية هي ذات متغير واحد من الدرجة الثانية. ونتيجة ضرب ثلاث عبارات خطية، هي عبارة من الدرجة الثالثة

طريقة التوزيع بالترتيب

هي ناتج جمع كل من: ضرب الحدود الأولين، وضرب الحدود في الطرفين، وضرب الحدود الأوسطين، وضرب الحدود الأخيرين بالترتيب

$$\begin{aligned} &\text{ناتج ضرب الحدود الأولين} = (س)(س) \\ &\text{ناتج ضرب الحدود في الطرفين} = (س)(٣) + (٣)(س) \\ &\text{ناتج ضرب الحدود الأوسطين} = (س)(٢) + (٢)(س) \\ &\text{ناتج ضرب الحدود الأخيرين} = (٣)(٢) \\ &\text{مثال: } (٣+س)(٢+س) = (س)(س) + (س)(٣) + (٣)(س) + (٣)(٢) \\ &= س٢ + ٣س + ٣س + ٦ \\ &= س٢ + ٦س + ٦ \end{aligned}$$

يمكن استعمال خاصية التوزيع لإيجاد حاصل ضرب كثيرات حدود تحتوي على أكثر من حدين

$$\begin{aligned} &\text{مثال: } (٧+س)(٤+س) = (س)(٤+س) + (٧)(٤+س) \\ &= س٣ + ٤س + ٧س + ٢٨ \\ &= س٣ + ١٢س + ٢٨ \end{aligned}$$

بتجميع الحدود المتشابهة.

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

$$= (٥ + س) (٣ + س٢) \text{ ناتج } ١-$$

د) $٢س٢ + ١٣س + ٨$

ج) $٢س٢ + ١٣س + ١٥$

ب) $١٥س٢ + ٧س + ١٥$

أ) $٢س٢ + ٨س + ١٥$

٢- ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (*) أمام العبارة الخاطئة:

()

١- تستعمل طريقة التوزيع بالترتيب في ضرب ثنائتي حد

()

٢- العبارة التربيعية هي عبارة ذات متغير واحد من الدرجة الثالثة

٣- أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

$$(٤ص٢ - ٣)(٤ص٢ + ٧ص + ٢)$$

$$(٣ - م٤)(٢ + م)$$

يحيط ممر عرضه س بحديقة مستطيلة الشكل طولها ٨ أمتار، و عرضها ٦ أمتار. أكتب عبارة تمثل المساحة الكلية للحديقة والممر.

تذكر:



ضرب ثنائي حد
باستعمال طريقة التوزيع
بالترتيب

ماذا سأتعلم؟

- أجد مربع مجموع حدين
- ومربع الفرق بينهما
- أجد ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما



٦_٧ حالات خاصة من ضرب كثيرات الحدود

مربع الفرق بين حدين

مربع الفرق بين حدين =

مربع الاول - ٢ X الاول X الثاني + مربع الثاني

$$(أ-ب)^2 = أ^2 - ٢أب + ب^2$$

مثال

$$(ب+٣)^2$$

$$= (ب)^2 + (٣)(ب) + (٣)(٣)$$

$$= ب^2 + ٦ب + ٩$$

مربع مجموع حدين

مربع مجموع حدين =

مربع الاول + ٢ X الاول X الثاني + مربع الثاني

$$(أ+ب)^2 = أ^2 + ٢أب + ب^2$$

مثال

$$(٥+٣س)^2$$

$$= (٣س)^2 + (٥)(٣س) + (٥)(٥)$$

$$= ٩س^٢ + ٣٠س + ٢٥$$

ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما

ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما

= مربع الحد الاول - مربع الحد الثاني

$$(أ+ب)(أ-ب) = أ^2 - ب^2$$

مثال

$$(٤+٣د)(٤-٣د) = (٤)^2 - (٣د)^2$$

$$= ١٦ - ٩د^٢$$



اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

$$= ٢(٣ - ٦) \text{ ناتج } ١$$

د) $٣٦ص٢ - ١٨ص٩ - ٩$

ج) $٣٦ص٢ - ٩$

ب) $٣٦ص٢ - ٣٦ص٩ + ٩$

أ) $٣٦ص٢ + ١٨ص٩ - ٩$

٢- مربع طول ضلعه ص وحدة إذا نقص طول كل ضلع ٩ وحدات فإن العبارة التي تمثل مساحة المربع الجديد هي :

د) $١٨ص٢ - ١٨ص٨ + ٨١$

ج) $١٨ص٢ - ١٨ص٨ + ١٨$

ب) $١٨ص٢ - ١٨$

أ) $٨١ص٢ - ٨١$

٢- أوجد ناتج مايلي :

$$٢(٥س - ٢ص)$$

$$٢(٥ + س)$$

$$(٢س - ٣)(٣س + ٢)$$

٣- حدد العبارة المختلفة عن العبارات الثلاث الأخرى فيما يأتي :

$$(د + ج)(د + ج)$$

$$(د + ج٢)(د + ج٢)$$

$$(د - ج٢)(د + ج٢)$$

$$(د - ج٢)(د - ج٢)$$

الفصل السابع: التحليل والمعادلات التربيعية

اختبر نفسك	الدرس	الفيديو	العرض البصري	عنوان الدرس
اختبر نفسك	الدرس			تحليل وحيدات الحد
اختبر نفسك	الدرس			استعمال خاصية التوزيع
اختبر نفسك	الدرس			المعادلات التربيعية: س ^٢ + ب ص + ج = ٠
اختبر نفسك	الدرس			المعادلات التربيعية: أس ^٢ + ب ص + ج = ٠
اختبر نفسك	الدرس			المعادلات التربيعية: الفرق بين مربعين
اختبر نفسك	الدرس			المعادلات التربيعية: المربعات الكاملة

للوصول للعروض البصرية والفيديو

يمكن قراءة الباركود بمسحه بكاميرا الهاتف المحمول

تذكر:



ضرب وعيدات حد
قسمة كثيرات حدود على
وعيدة حد

٧_ تحليل وعيدات الحد

ماذا سأتعلم؟
أحلل وعيدة الحد إلى عواملها
أجد القاسم المشترك الأكبر
لوعيدات الحد



القاسم المشترك الأكبر

القاسم المشترك الأكبر: هو حاصل ضرب العوامل الأولية
المشتركة لهذين العددين وهو أكبر عدد يكون عاملاً لهذه
الأعداد ويرمز له بالرمز (ق.م.أ)

الصيغة التحليلية

تكون وعيدة الحد بالصيغة التحليلية إذا عبر عنها بحاصل ضرب
أعداد أولية ومتغيرات بأس (١)

مثال: $10x^3 = 2 \times 5 \times x^2 \times x$ $18x^3 = 2 \times 3 \times 3 \times x^2 \times x$

القاسم المشترك الأكبر لمجموعة من وعيدات الحد

مثال: أوجد (ق.م.أ) لوعيدتي الحد: $6x^3$ ، $18x^3$ ، $6x$

$6x^3 = 2 \times 3 \times x^2 \times x$ $18x^3 = 2 \times 3 \times 3 \times x^2 \times x$ $6x = 2 \times 3 \times x$

أضغ دائرة حول العوامل المشتركة

إذن (ق.م.أ) لوعيدتي الحد $6x^3$ ، $18x^3$ ، $6x$ هو $2 \times 3 \times x = 6x$

إيجاد القاسم المشترك الأكبر

مثال: لدى نورة ٢٠ وردة و ٣٥ زنبقة لعمل باقات زهور فما أكبر عدد من الباقات المتماثلة يمكن عملها دون
ترك أي زهرة؟ وما عدد زهور كل نوع في كل باقة؟

الحل: أوجد (ق.م.أ) للعددين ٢٠ و ٣٥

٥ أكتب تحليل كل عدد إلى عوامله الأولية $20 = 2 \times 2 \times 5$

٥ اجد العوامل المشتركة $20 = 2 \times 2 \times 5$ ، $35 = 5 \times 7$

أذن (ق.م.أ) للعددين ٢٠ و ٣٥ هو 5 ، لذا يمكن لنورة عمل عشر باقات

وبما أن $20 = 5 \times 4$ ، $35 = 5 \times 7$ ، لذا فستحتوي كل باقة على ٤ وردتين و ٧ زنباق

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١- ق.م.١ لوحيدتا الحد ه ب ، ١٥ أ ب ^٢			
٣ ب (أ)	١٥ أ ب (ب)	٥ أ ب (ج)	٥ ب (د)
٢- التحليل التام للعبارة ٦ س ^٢ ص هو:			
٢ × ٣ × س × س × ص (أ)	٦ × س × س × ص (ب)	٦ × س × س × ص (ج)	٢ × ٣ × س × ص (د)

٢- ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (*) أمام العبارة الخاطئة:

١- القاسم المشترك الأكبر لعددتين أو أكثر هو اصغر عدد يكون عاملا لكل من هذه الأعداد ()

٢- تكون وحيدة الحد بالصيغة التحليلية اذا عبر عنها بحاصل ضرب أعداد أولية و متغيرات بأس ١ ()

٣- حل كل وحيدة حد فيما يأتي تحليلا تاما:

٥- ما أكبر قيمة يمكن أن تمثل العرض المشترك لكل من المستطيلين اللذين مساحتهما ١٥ سم^٢، ١٦ سم^٢، علما بأن بعدي كل منهما عددان كليان.

٣٨ - ر ب^٢ ن^٢

١٢ س^٢ ص^٤

٤- أوجد (ق.م.أ) لوحيدات الحد الآتية:

٢٤ م د^٣ ، ٤٨ م^٢ د

تذكر:



إيجاد القاسم المشترك الأكبر لمجموعة من وحدات الحد

٧-٢ استعمال خاصية التوزيع

ماذا سأتعلم؟

- ✓ كيفية استخدام خاصية التوزيع لتحليل كثيرة الحدود
- ✓ حل المعادلات التربيعية



$$٢٧ ص٢ + ١٨ ص٢$$

نوجد القاسم المشترك الأكبر لجميع الحدود

$$\text{الحد الأول} = ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times ص٣$$

$$\text{الحد الثاني} = ٢ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times ص٣$$

$$\text{القاسم المشترك الأكبر لكليهما} = ٣ \times ٣ \times ٣ \times ص٣ = ٩ ص٣$$

$$٢٧ ص٢ + ١٨ ص٢ = ٩ ص٣ (٣ ص٢ + ٢ ص٢)$$

$$= ٩ ص٣ (٣ + ٢)$$

استعمال خاصية التوزيع في التحليل



التحليل بتجميع الحدود



$$\text{حل / } ٥٥ + ٥٠ - ٥ - ٥$$

$$(٥٥ - ٥) + (٥٠ - ٥) \quad \text{نجمع الحدود ذات العوامل المشتركة}$$

$$٥٠ + (٥٠ - ٥) \quad \text{نحلل كل تجميع باستخراج ق.م.أ.}$$

$$(٥٠ + ٥) (٥ - ٥) \quad \text{خاصية التوزيع}$$

$$\text{حل / } ٢٢ م٢ - ٤٢ م٢ + ١٢ م٢ - ٦ م٢$$

$$(٢٢ م٢ - ٤٢ م٢) + (١٢ م٢ - ٦ م٢) \quad \text{نجمع حدودها عوامل مشتركة}$$

$$٢٢ م٢ (٦ - ٦) + (١٢ م٢ - ٦ م٢) \quad \text{نحلل كل تجميع باستخراج ق.م.أ.}$$

$$٢٢ م٢ (٦ - ٦) + ٦ م٢ (١ - ٦) \quad \text{خاصية التوزيع}$$

خاصية التجميع

خاصية التوزيع

التحليل بتجميع الحدود (العوامل نظائر جمعية)



حل المعادلة التالية وتحقق من صحة الحل : $ج^٣ = ٣$

$$ج^٣ = ٣$$

$$ج = (٣ - ج)$$

$$٣ = ج \quad \text{إما } ج = ٠ \quad \text{أو } ج = ٣$$

إذا الجذران هما ٣، ٠

$$\text{التحقق / } ٣ = (٠)^٣ = ٠$$

$$٩ = (٣)^٣ = ٢٧$$

خاصية الضرب الصفري



اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تحليل كثيرة الحدود ٥س - ١٠ ص هو =			
أ) ٥ ص	ب) ٥ ص (س - ٢)	ج) ص (٥س - ١٠)	د) (س - ٢)
٢- مجموعة حل المعادلة ٣س (س - ١) = ٠ هي :			
أ) {٠}	ب) {٠، ١}	ج) {١، ٠}	د) {١}

٢- ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (*) أمام العبارة الخاطئة :

١- إذا كان حاصل ضرب عاملين صفرا ، فإن أحد العاملين على الأقل يساوي صفرا ()

٤- حل كثيرة الحدود الآتية :

$$٦ + م + ٨ + م$$

٣- استعمل خاصية التوزيع لتحليل كثيرة الحدود

$$١٢ ك + ٦ ل + ٢ ك + ٢ ل$$

٥- اكتشف الخطأ : يحل كل من حمد و راشد المعادلة ٢م - ٤ = م . فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر إجابتك .

حمد

$$٢م - ٤ = م$$

$$\frac{٢م}{م} = \frac{٢م - ٤}{م}$$

$$٢ = م$$

راشد

$$٢م - ٤ = م$$

$$٢م - م - ٤ = ٠$$

$$٢م - م = ٤$$

$$٢م - م = ٤$$

$$٢ = م$$

٧-٣ المعادلات التربيعية

$$س^٢ + ب س + ج = ٠$$

تذكر:

ضرب ثنائيات الحد
باستعمال التوزيع

- ✓ أحل ثلاثية الحدود على الصورة المذكورة
- ✓ أحل معادلات على الصورة المذكورة

تحليل $س^٢ + ب س + ج$



عندما تكون ج سالبة

$$\text{حلل } / س^٢ + س٢ - ١٥ = ٠$$

$$ب = ٢، ج = -١٥$$

إذا تبحت عن عددين حاصل

ضربهما = -١٥ وحاصل جمعهما = ٢

$$٥(٣-) + (٠) = ٢، ١٥- = (٣-)٥$$

إذا العددين ٥، ٣-

$$(س - ٣)(س + ٥)$$

وللتحقق ضرب العاملين

لتحصل على العبارة الأصلية



عندما تكون ب سالبة و ج موجبة

$$\text{حلل } / س^٢ - ٨س + ١٢ = ٠$$

$$ب = -٨، ج = ١٢$$

إذا تبحت عن عددين حاصل

ضربهما = ١٢ وحاصل جمعهما = -٨

$$٦-(٢-) = ٨-، ١٢ = (٢-)٦-$$

إذا العددين -٦، ٢-

$$(س - ٦)(س - ٢)$$

وللتحقق ضرب العاملين

لتحصل على العبارة الأصلية



عندما يكون ب، ج موجبين

$$\text{حلل } / س^٢ + ١٠س + ٩ = ٠$$

$$ب = ١٠، ج = ٩ كلاهما موجبين$$

إذا تبحت عن عددين حاصل

ضربهما = ٩ وحاصل جمعهما = ١٠

$$٩ = (١)٩، ١٠ = ١+٩$$

إذا العددين ٩، ١

$$(س + ٩)(س + ١)$$

وللتحقق ضرب العاملين

لتحصل على العبارة الأصلية

حل المعادلة التربيعية بالتحليل

$$\text{حلل } / س^٢ + ٣س - ١٨ = ٠$$

تبحت عن عددين حاصل ضربهما = -١٨ وحاصل جمعهما = ٣

$$٦(٣-) = ١٨-، ٣ = (٦)+(٣-)$$

إذا العددين -٣، ٦

$$(س - ٣)(س + ٦)$$

وللتحقق ضرب العاملين

لتحصل على العبارة الأصلية

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تحليل كثيرة الحدود $s^2 + s - 20 =$			
(أ) $(s+5)(s+4)$	(ب) $(s+4)(s-5)$	(ج) $(s-4)(s+5)$	(د) $(s-4)(s-5)$
٢- إذا كانت مساحة مستطيل طوله $(s+2)$ تساوي $s^2 - 4$ ص - 12 سم ^٢ . فإن عرضه يساوي			
(أ) $(s-6)$	(ب) $(s+6)$	(ج) $(s-2)$	(د) $(s-4)$

٣- حل المعادلة الآتية و تحقق من صحة الحل :

$$s^2 + 10s + 9 = 0$$

٢- حل كثيرة الحدود :

$$n^2 + 4n - 21$$

٤- **اكتشف الخطأ** : حل كل من ماجد و خليل العبارة : $s^2 + 6s - 16$. فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر ذلك .

خليل

$$s^2 + 6s - 16 = (s-2)(s+8)$$

ماجد

$$s^2 + 6s - 16 = (s+2)(s-8)$$

ماذا سأتعلم؟

- ✓ أحل ثلاثة حدود على الصورة المذكورة
- ✓ أحل معادلات على نفس الصورة

٧-٤ المعادلات التربيعية

$$أس^٢ + ب س + ج = ٠$$

تذكر:

تحليل ثلاثة حدود على الصورة
 $أس + ب س + ج = ٠$



$$\text{تحليل أس}^٢ - ب س + ج = ٠$$



$$\text{تحليل أس}^٢ + ب س + ج = ٠$$



حل ثلاثة الحدود التاليه /

$$١ - ٥ - ٢$$

لكي تسهل علينا عملية التحليل نضرب أ في ج لتصبح

ثلاثة الحدود على الصورة

$$٢ - ٥ - ٢$$

الآن نبحث عن عددين حاصل ضربهما ٣٠ وحاصل جمعهما ١٣

$$٢ = (١ -) + ٢، ١ - = (١ -) + ٢$$

$$٢ - = (١) + ٢، ١ - = (١) + ٢$$

$$(١ + ٥)(٢ - ٥)$$

نعيد العبارة لاصلها بقسمة العوامل العديده فقط

على قيمة أ المعطاة اصلا بالسؤال وهي ٢

$$\frac{(١ + ٥)(٢ - ٥)}{٢}$$

$$\frac{١}{٢} + س(٢)$$

$$(١ + ٥٢)(١ - ٥) \leftarrow$$

حل ثلاثة الحدود التاليه /

$$٦ + ١٣ + ٣٠$$

لكي تسهل علينا عملية التحليل نضرب أ في ج لتصبح

ثلاثة الحدود على الصورة

$$٣٠ + ١٣ + ٣٠$$

الآن نبحث عن عددين حاصل ضربهما ٣٠ وحاصل جمعهما ١٣

$$٦ = (٦) + ٥، ٣٠ = (٦) + ٥$$

$$١٠ = (٣) + ٣، ٣٠ = (٣) + ١٠$$

$$(٣ + س)(١٠ + س)$$

نعيد العبارة لاصلها بقسمة العوامل العديده فقط

على قيمة أ المعطاة اصلا بالسؤال وهي ٥

$$\frac{(٣ + س)(١٠ + س)}{٥}$$

$$\frac{٣}{٥} + س(٥)$$

$$(٣ + س٥)(٢ + س) \leftarrow$$

تحديد كثيرة الحدود الأولية



حل العبارة $أس^٢ - ٣س + ٥ = ٠$ إن أمكن وإن لم يكن ذلك ممكناً فاكتب أولية؟

الحل / في ثلاثة الحدود نجد أن $أ = ٤$ ، $ب = -٣$ ، $ج = ٥$

وبما أن ب سالبة فإن حاصل جمع العددين المختارين يكون سالباً وبما أن ج موجبة فإن حاصل ضرب العددين المختارين

سيكون موجباً لذا سيكون العدداً المختارين سالبين وعند تكوين قائمة بعوامل العدد ٢٠

(حاصل ضرب أ في ج) لانهما عاملان مجموعهما -٣ لذلك لا يمكن تحليل العبارة التربيعية

إذا العبارة التربيعية المعطاة هي أولية

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- حل المعادلة $s^2 + 12s + 36 = 0$ هي :

أ - ٢	ب) ٤	ج) -٦	د) ٦
-------	------	-------	------

٢- ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (✗) أمام العبارة الخاطئة:

١- كثيرة الحدود $s^2 + 30s + 36$ تُشكل مربع كامل ()

٤- حل المعادلة $(s - 4)^2 = 64$.

٣- حدد إذا كانت ثلاثية الحدود فيما يلي تشكل مربعا كاملا أم لا . وإذا كانت كذلك فحلها .

١٦ ص^٢ - ٥٦ ص + ٤٩

٥- أكتشف الخطأ : حل منصور و فيصل العبارة $s^8 - s^4$. تحليلًا تامًا , فأيهما إجابته صحيحة ؟

فيصل

$$s^8 - s^4 = s^4(s^2 + 1)(s - 1)(s + 1)$$

منصور

$$s^8 - s^4 = s^4(s^2 + 1)(s^2 - 1)$$

تذكر:



تحليل ثلاثية الحدود

٧-٥ المعادلات التربيعية (الفرق بين مربعين)

ماذا سأتعلم؟

- ✓ أحل ثنائية حد إلى فرق بين مربعين
- ✓ أحل معادلات باستخدام الفرق بين مربعين



تطبيق التحليل
أكثر من مرة



حل / ب' - ١٦

نلاحظ ان الحدين كلاهما مربع
والاشارة بينهما سالبة
(ب' - ٤) - ٤

ونكتبها على الصورة
نحل الفرق بين مربعين
(ب' - ٤) (ب' + ٤)
(ب' - ٢) (ب' + ٢) (ب' + ٤)

تحليل الفرق
بين مربعين



حل / ح' - ٨١

نلاحظ ان الحدين كلاهما مربع
والاشارة بينهما سالبة
٩ - ح'

إذا يمكن تطبيق قانون الفرق بين مربعين
نحل حسب قانون الفرق بين مربعين
(٩ - ح') (٩ + ح')

حل معادلة
بالتحليل



مالقيمة الموجبة ل سن التي تحقق المعادلة

$$\text{سن} = \frac{٩}{١٦} - ٢ \text{ إذا كانت سن} = ٠$$

نعوض عن سن ب (صفر) ثم نحل المعادلة

$$٠ = \frac{٩}{١٦} - \frac{٢}{٤}$$

$$\text{سن} = \left(\frac{٣}{٤} \right) - ٢$$

$$\text{سن} = \left(\frac{٣}{٤} - \frac{٨}{٤} \right) \left(\frac{٣}{٤} + \frac{٨}{٤} \right)$$

$$\text{سن} = \frac{٣}{٤} - \frac{٨}{٤} \text{ أو } \text{سن} = \frac{٣}{٤} + \frac{٨}{٤}$$

$$\text{سن} = -\frac{٥}{٤} \text{ ، } \text{سن} = \frac{١١}{٤}$$

تطبيق طرق
مختلفة



حل / ٥ سن ٥ - ٤٥

$$٥ \text{ سن } (\text{سن} - ٩)$$

نأخذ ٥ سن عامل مشترك

ونكتب سن ٩ - على صورة أ' - ب'

$$٥ \text{ سن } [(\text{سن} - ٩) - ٣]$$

$$٥ \text{ سن } (\text{سن} - ٣) (\text{سن} + ٦)$$

لاحظ أن سن ٣ ليس فرقاً بين مربعين

لأن ٣ ليس مربعاً كاملاً

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تحليل كثيرة الحدود $٥س^٢ + ٣س + ٢$ هو:			
(أ) $(٣س+٢)(١س+)$	(ب) $(١س-٢)(٣س+)$	(ج) $(٥س-٣)(٣س-)$	(د) $(٣س-٢)(٢س-)$
٢- إذا كان أحد جذري المعادلة $٣س^٢ - ٢س + ١٠ = ٨$ هو ٢ فإن الجذر الآخر هو:			
(أ) $\frac{٣}{٤}$	(ب) $\frac{٤}{٣}$	(ج) ٣	(د) ٤

٢- أكمل الفراغ التالي:

١- كثيرة الحدود التي لا يمكن كتابتها على صورة ناتج ضرب كثيرتي حدود بمعاملات صحيحة تسمى

٣- حل كل كثيرة حدود فيما يأتي و إذا لم يكن ذلك ممكنا باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب أولية :

$$٥س^٢ - ٣س + ٤$$

$$٩س^٢ + ٩س + ٩$$

٤- اكتشف الخطأ: حل كل من زكريا و سامي المعادلة $٦س^٢ - ٢س = ١٢$. فأيهما إجابته صحيحة؟ فسر ذلك.

سامي

$$\begin{aligned} ٦س^٢ - ٢س &= ١٢ \\ ٦س(١س - \frac{١}{٣}) &= ١٢ \\ ٦س &= ١٢ \text{ أو } ١س - \frac{١}{٣} = ٢ \\ ٦س &= ١٣ \text{ أو } \frac{١٣}{٦} \end{aligned}$$

زكريا

$$\begin{aligned} ٦س^٢ - ٢س &= ١٢ \\ ٦س^٢ - ٢س - ١٢ &= ٠ \\ (٢س - ٣)(٣س + ٤) &= ٠ \\ ٢س - ٣ = ٠ \text{ أو } ٣س + ٤ = ٠ \\ ٢س &= ٣ \text{ أو } ٣س = -٤ \\ ٢س &= \frac{٣}{٢} \text{ أو } ٣س = -\frac{٤}{٣} \end{aligned}$$

تذكر:



(ضرب مجموع وحدتي حد في الفرق بينهما)

٧-٥ معادلات التربيعية (المربعات الكاملة)

ماذا سأتعلم؟

- تحليل ثلاثية حدود على صورة مربع كامل
- حل معادلات تتضمن مربعات كاملة



التحليل التام

حلل كلاً من كثيرات الحدود التالية:
 $٥س - ٨٠$

نحلل باستفراج ق.م.أ.

$$٥س - ٨٠ = (س)(٥س) - (١٦)٥$$

$$٥ = ق.م.أ.$$

$$٥س - ٨٠ = (س - ١٦)٥$$

نلاحظ ان عدد الحدود اثنان وتشكل فرق بين مربعين

$$٥ = (س - ٤)(٤ - س)$$

$$٥ = (س - ٤)(٤ - س)$$

تميز ثلاثية الحدود التي تشكل مربع كامل وتحليلها

حدد ما إذا كانت ثلاثية حدود التالية تشكل مربعاً
كاملاً أم لا، وإذا كانت كذلك فحللها
 $٤س + ١٢ص + ٩$

× هل الحد الأول مربع كامل؟ نعم، $٤س = (٢ص)^٢$

× هل الحد الأخير مربع كامل؟ نعم، $٩ = ٣^٢$

× هل الحد الأوسط $٢(٢ص)(٣) = ١٢ص$ ؟ نعم، $١٢ص = ٢(٢ص)(٣)$

× بما أنه تحققت الشروط الثلاثة إذا العبارة تشكل مربع كامل

$$٤س + ١٢ص + ٩$$

$$= (٢ص + ٣)^٢$$

$$= (٣ + ٢ص)^٢$$

استعمال خاصية الجذر التربيعي

حلل المعادلة $٨١ = (٦ - ص)^٢$

لحذف التربيع نأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$\sqrt{٨١} = \sqrt{(٦ - ص)^٢} \quad \times \text{ الجذر يلغي التربيع}$$

$$٩ \pm = ٦ - ص$$

$$٩ \pm ٦ = ص$$

$$٩ - ٦ = ص \quad \text{أو} \quad ٩ + ٦ = ص$$

$$٣ = ص \quad \text{أو} \quad ١٥ = ص$$

الجذران هما ١٥، ٣-

حل معادلات تتضمن عوامل مكررة

حلل المعادلة $٦٤ - ٩س = ٤٨س - ٩س$

$$٦٤ - ٩س = ٤٨س - ٩س$$

$$٠ = ٦٤ + ٩س - ٤٨س$$

يتضح لنا أنها ثلاثية حدود تمثل مربع كامل

$$٠ = (٨ - ٣س)^٢$$

(نأخذ جذر الأول وإشارة الأوسط وجذر الثاني)

$$٠ = (٨ - ٣س)$$

$$٠ = (٨ - ٣س)(٨ - ٣س)$$



اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تحليل كثيرة الحدود $٤ م^٢ - ٢٥ =$

(د) أوليّة	(ج) $(٥ - م٢)(٥ - م٢)$	(ب) $(٥ - م٢)(٥ + م٢)$	(أ) $(٥ + م٢)(٥ + م٢)$
------------	------------------------	------------------------	------------------------

٢- صل من العمود الأول بما يناسبه من العمود الثاني :

$$(٣ - ٢س)(٣ + ٢س)$$

$$= ٩ - ٢س$$

$$(٣ - ٣س)(٣ + ٣س)$$

$$= ٩ - ٤س$$

$$(٩ - ٣س)(٩ + ٣س)$$

$$= ٩ - ٢س$$

$$(٣ - ٣س)(٣ + ٣س)$$

$$= ٨١ - ٢س$$

٣- حل كل كثيرة حدود فيما يلي : $٢٥ - م٥٠ - ٢ م + ٣ م^٢$

٤ - اكتشف الخطأ : حللت كل من هلا و منى العبارة الآتية فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر ذلك .

منى

$$١٦ س - ٤ - ٢٥ ص$$

$$(٤س - ٢ص)(٤س + ٢ص)$$

هلا

$$١٦ س - ٤ - ٢٥ ص$$

$$(٤س - ٥ص)(٤س + ٥ص)$$

تغذية راجعة مهمة لتحليل وحل كثيرات الحدود

تحليل ثنائية الحد وطرق حلها

تحليل ثنائية الحد

القاسم المشترك الأكبر

القاسم المشترك الأكبر
+ الفرق بين مربعين

الفرق بين مربعين

تكرار القانون
أكثر من مرة

5س ص - 10س
نأخذ
5س عامل مشترك
5س(ص - 2)

$$\begin{array}{c} 25 - 20س \\ | \quad | \\ (5)(5) - (س)(س) \\ \\ (5+س)(5-س) = \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 32س^2 - 2س^3 \\ | \quad | \\ (16س)(2س) - (س^2)(س) \\ (16س - س^2)س \\ (2س^2 - 4س)س \\ (س+4)(س-4)س \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 1 - 4س \\ | \quad | \\ (1)(1) - (س)(س) \\ (1-س)(1+س) \\ (1-س)(1+س) \\ (1+س)(1-س)(1+س) \end{array}$$

ملاحظة هامة /

ثنائية الحد $(س^2 + 9س + 9)$ أولية بينما ثنائية الحد $(س^2 - 9س + 9)$ ليست أولية لأنه يمكن حلها بالفرق بين مربعين

ثنائية الحد $(س^2 + 18س + 18)$ ليست أولية لأنه يوجد قاسم مشترك $2(س^2 + 9س + 9)$

مقتبس من كتاب مهارات أساسيه في الرياضيات
قبل المرحلة الثانوية للأستاذ / رفعة العرجاني

تغذية راجعة مهمة لتحليل وحل كثيرات الحدود

تحليل ثلاثية الحد وطرق حلها

تحليل ثلاثية الحدود

على الصورة
أ س^٢ + ب س + ج

على الصورة
س^٢ + ب س + ج

القاسم المشترك
الأكبر

١٠ س^٢ - ٣ س - ٣٠
الطريقة الاولى:
نضرب أ في الحد الثابت ليكون معامل س

$$1 = 30 - 3س$$

نبحث عن عددين حاصل ضربهم -٣٠
وحاصل جمعهم -١

$$30 = (0)(6-)$$

$$1 = 0 + 6-$$

$$(0 + س)(6 - س)$$

نعيدها لاصلها بقسمة الثوابت على أ
ثم نبسطها فتصبح على الصورة
(١ + س٢)(٣ - س٥)

١٥ س^٢ + ٧ س - ٢
الطريقة الثانية: ١٥(٢-) = ٣٠-
ابحث عن عددين حاصل ضربهم -٣٠
وحاصل جمعهم ٧

$$30 = (3-)(10-)$$

$$7 = 3 - 10$$

$$15س^2 + 7س - 2 = (1-س5)2 + (1-س5)3$$

$$(1-س5)(2+س3)$$

س^٢ + ٧ س + ٦
ابحث عن عددين
حاصل ضربهم ٦
وحاصل جمعهم ٧

$$6 = (1)(6)$$

$$7 = 6 + 1$$

$$(6 + س)(1 + س) =$$

س^٢ - ٣ س - ٢٨
ابحث عن عددين
حاصل ضربهم -٢٨
وحاصل جمعهم ٣

$$28 = (4)(7-)$$

$$3 = 4 + 7-$$

$$(4 + س)(7 - س) =$$

٧ س^٢ + ١٤ س + ٧
(٧)(٧)(٢) + (٧)(٧)
(٧)(٧)(٣) + (٧)(٧)
(٧)(٧)
٧ س^٢ + ١٤ س + ٧ =

مقتبس من كتاب مهارات أساسيه في الرياضيات
قبل المرحلة الثانوية للأستاذة / رفته العرجاني

تغذية راجعة مهمة لتحليل وحل كثيرات الحدود

تحليل رباعية الحدود وطرق حلها

تحليل رباعية الحدود

تحليل بجمع النظائر

تحليل بالتجميع

$$\begin{aligned} & 4x^2 + 8x + 2 \\ & 2x^2 + 8x + 2 + (2)(2)(2)(2) + (2)(2)(2)(2) \\ & 2x^2 + 8x + 2 + (2)(2)(2)(2) + (2)(2)(2)(2) \\ & 2x^2 + 8x + 2 + (2)(2)(2)(2) + (2)(2)(2)(2) \\ & (2x^2 + 2) + (8x + 2) \\ & (2x^2 + 2)(1 + 4x) \end{aligned}$$

$$10x^2 - 50x + 5$$

الطريقة الأولى

$$\begin{aligned} & 10x^2 - 50x + 5 \\ & (10x^2 - 50x) + 5 \\ & 10x(10x - 5) + 5 \\ & 10x(10x - 5) + 5(10x - 5) \end{aligned}$$

الطريقة الثانية

$$\begin{aligned} & 10x^2 - 50x + 5 \\ & 10x(10x - 5) + 5 \\ & 10x(10x - 5) + 5(10x - 5) \end{aligned}$$

مقتبس من كتاب مهارات أساسيه في الرياضيات
قبل المرحلة الثانوية للأستاذ / رفعة العرجاني

الفصل الثامن: الدوال التربيعية

عنوان الدرس	العرض البصري	الفيديو	الدرس	اختبر نفسك
تمثيل الدوال التربيعي بيانياً			الدرس	اختبر نفسك
حل المعادلات التربيعية بيانياً			الدرس	اختبر نفسك
حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع			الدرس	اختبر نفسك
حل المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام			الدرس	اختبر نفسك

للوصول للعروض البصرية والفيديو
يمكن قراءة الباركود بمسحه بكاميرا الهاتف المحمول

ماذا سأتعلم؟

- ✓ أحل التمثيلات البيانية للدوال التربيعية
- ✓ أمثل الدوال التربيعية بيانياً



تذكر:



تمثيل الدوال الخفية بيانياً

١_٨ تمثيل المعادلات التربيعية بيانياً

تمثيل الدوال التربيعية بيانياً

- خطوات تمثيل الدوال التربيعية بيانياً
- الخطوة ١: أوجد معادلة محور التماثل
 - الخطوة ٢: أوجد الرأس وأحدد إذا كان يمثل نقطة صغرى أم نقطة عظمى
 - الخطوة ٣: أوجد المقطع الصادي
 - الخطوة ٤: استعمل التماثل لإيجاد نقاط أخرى على التمثيل البياني للدالة عند الضرورة.
 - الخطوة ٥: صل بين النقاط بمنحنى

خصائص الدوال التربيعية

الصورة القياسية: $أس + ب س + ج$

الدالة المولدة: $د(س) = س^٢$

التمثيل البياني: قطع مكافئ

محور التماثل: $س = -\frac{ب}{٢أ}$

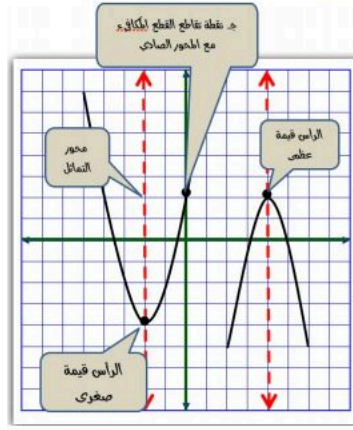
المقطع الصادي = $ج$

المجال هو مجموعة جميع

القيم الممكنة للمتغير س

المدى هو مجموعة جميع

القيم الممكنة للمتغير ص



القيم العظمى والقيم الصغرى

يكون التمثيل البياني للدالة: $د(س) = أس + ب س + ج$ ، حيث $أ > ٠$

له قيمة صغرى

عندما $أ < ٠$ (موجبة)

ويكون القطع مفتوحاً إلى أعلى والمدى جميع الأعداد الحقيقية التي تزيد على أو تساوي القيمة الصغرى

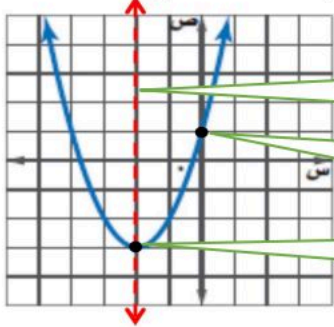
له قيمة عظمى

عندما $أ > ٠$ (سالبة)

ويكون القطع مفتوحاً إلى أسفل والمدى جميع الأعداد التي تقل عن أو تساوي القيمة العظمى

تحديد خصائص القطع المكافئ من خلال تمثيلة

أوجد الرأس ومعادلة محور التماثل والمقطع الصادي



محور التماثل $س = -١$

المقطع الصادي $ص = ١$

الرأس $(-٢, -٣)$

تحديد خصائص القطع المكافئ من خلال قاعدة دالتة

مثال أوجد الرأس ومعادلة محور التماثل والمقطع الصادي

$$\text{للدالة } ص = ٣س - ٦س + ٥$$

$$\text{معادلة محور التماثل } ص = \frac{٦ - ٣س}{٣ - ٦س} = \frac{٦ - ٣س}{٣ - ٦س}$$

$$\text{الرأس } (س, ص) = (١, ٥)$$

$$س = ١ \rightarrow ص = ٣(١) - ٦(١) + ٥ = ٥ - ٦ + ٥ = ٤$$

$$س = ٢ \rightarrow ص = ٣(٢) - ٦(٢) + ٥ = ٦ - ١٢ + ٥ = -١$$

المقطع الصادي: $ص = ٥$ ، $أ > ٠$ مفتوح للأسفل وله قيمة عظمى

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- الرأس و معادلة محور التماثل للدالة $v = 2s^2 + 12s + 10$ هي

- (أ) $(-3, 8)$ ، $s = -3$ (ب) $(3, -12)$ ، $s = 3$ (ج) $(-8, 3)$ ، $s = -3$ (د) $(3, 8)$ ، $s = 3$

٢- مدى الدالة $v = -3s^2 + 6s + 3$ هو :

- (أ) $\{v \mid v \geq 7\}$ (ب) $\{v \mid v \leq 7\}$ (ج) $\{v \mid v \geq 6\}$ (د) $\{v \mid v \leq 6\}$

٢- اكمل الفراغات التالية :

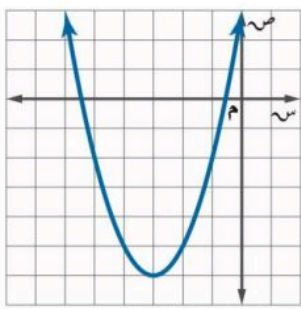
١- التمثيل البياني لدالة تربيعية هو قطع

٢- القيمة العظمى للدالة $v = -2s^2 - 8s + 1$ تساوي

٣- المقطع الصادي للدالة $v = (s - 1)^2 + 5$ يساوي

٤- مستعينة بالتمثيل المجاور اوجدني

ما هو مطلوب منك :

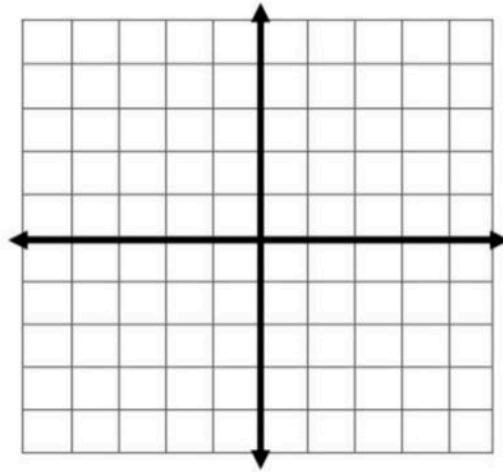


١- رأس القطع المكافئ

٢- معادلة محور التماثل

٣- المقطع الصادي

٣- مثل الدالة $v = s^2 - 4s + 1$ بيانياً .



ماذا سأتعلم؟

- ✓ أحل المعادلات التربيعية بيانياً
- ✓ أقدر حلول المعادلات التربيعية من تمثيلها البياني



تذكر:



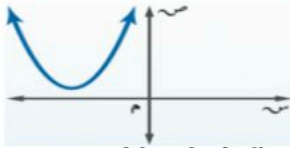
حل المعادلات التربيعية
بالتحليل إلى عوامل

١_٢ حل المعادلات التربيعية بيانياً

حلول المعادلات التربيعية

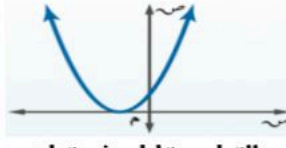
حلول المعادلة أو جذورها يمكن تحديدها بإيجاد المقاطع السينية للتمثيل البياني للدالة المرتبطة

لا يوجد حلول حقيقية



القطع لا يتقاطع مع محور
السينات

حل حقيقي واحد



القطع يتقاطع في نقطة
واحدة مع محور السينات

حلاين حقيقيين مختلفين



القطع يتقاطع في نقطتين مع
محور السينات

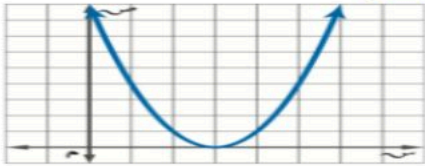
حل حقيقي واحد

مثال: حل المعادلة $s^2 - 6s + 9 = 0$ بيانياً

عند تمثيل الدالة $D(s) = s^2 - 6s + 9$ المرتبطة بالمعادلة

بيانياً تظهر المقاطع السينية للتمثيل البياني عند 3 لذا فالحل هو 3

ويسمى جذر مكرر



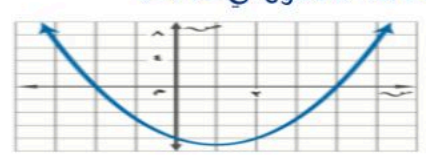
حلاين حقيقيين مختلفين

مثال: حل المعادلة $s^2 - 2s - 8 = 0$ بيانياً

عند تمثيل الدالة $D(s) = s^2 - 2s - 8$ المرتبطة

بالمعادلة بيانياً تظهر المقاطع السينية للتمثيل البياني عند

$-2, 4$ لذا فالحلول هي $-2, 4$



تمثل الجذور التي وجدت للمعادلات السابقة أعداد صحيحة، إلا أن جذور المعادلات التربيعية ليست دائماً كذلك.

ونستعمل في هذه الحالات التقدير لإيجاد قيم تقريبية لجذور المعادلات.

تقدير الجذور التربيعية باستعمال الجدول

مثال: حل المعادلة $s^2 + 6s + 7 = 0$ بيانياً، وإذا لم تكن أعداد صحيحة، فقدرها إلى أقرب جزء من عشرة

أنشئ جدولاً بتدرج طوله 1، لقيم s التي تقع بين $-5, 4$ وبين $-2, 1$

وتعد قيمة الدالة الأقرب إلى الصفر في التقريب الأفضل للدالة

س	-٤,١	-٤,٢	-٤,٣	-٤,٤	-٤,٥	-٤,٦	-٤,٧	-٤,٨	-٤,٩
ص	١,٧٩	١,٥٦	١,٣١	١,٠٤	٠,٧٥	٠,٤٤	٠,١١	٠,٢٤	٠,٦١
س	١,١	١,٢	١,٣	١,٤	١,٥	١,٦	١,٧	١,٨	١,٩
ص	٠,٦١	٠,٢٤	٠,١١	٠,٤٤	٠,٧٥	١,٠٤	١,٣١	١,٥٦	١,٧٩

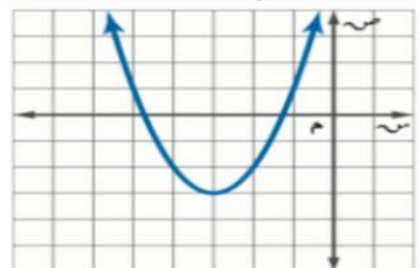
بما أن قيمة الدالة الأقرب إلى الصفر هي $-0,11$ ، لذا

الجذور التقريبية هما $-4,7, -1,3$.

الحل: عند تمثيل الدالة $D(s) = s^2 + 6s + 7$

المرتبطة بالمعادلة بيانياً تظهر المقاطع السينية

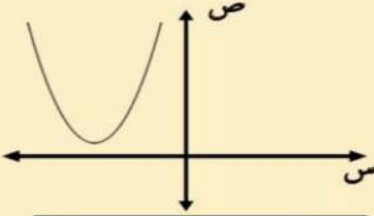
للتمثيل البياني بين $-5, 4$ وبين $-2, 1$

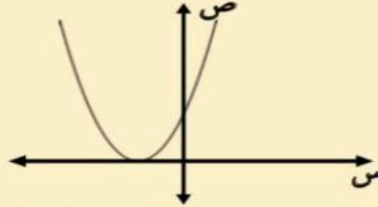


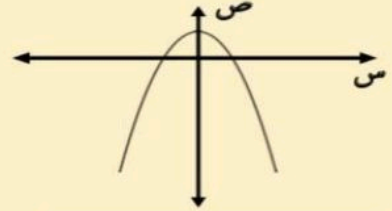
اختبر نفسك

١- اكمل الفرضيات التالية:

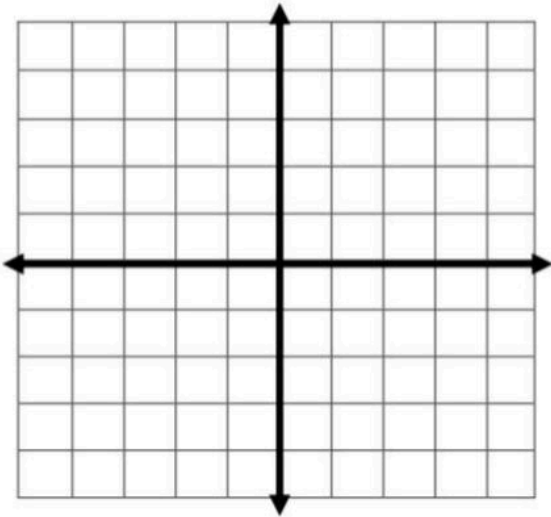
حلول المعادلات التربيعية







٢- حل المعادلة $س^2 + ٤س + ٣ = ٠$ بيانياً:



.....

.....

.....

.....

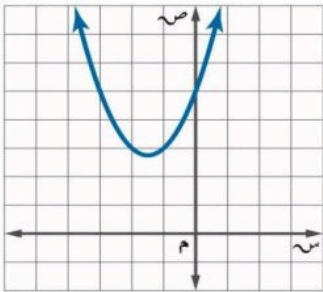
.....

.....

.....

.....

٣- اكتشف الخطأ: يقوم معاذ و أحمد بإيجاد عدد الأصفار الحقيقية للدالة الممثلة بالشكل المجاور فأيهما كانت إجابته صحيحة؟ فسر إجابتك.



أحمد

لها صفرا حقيقيا واحدا . لأن التمثيل البياني للدالة مقطعاً صادياً .

معاذ

ليس لهذه الدالة أصفار حقيقية . لأنه لا يوجد لتمثيلها البياني مقاطع سينية .

تذكر:



حل معادلات تربيعية
ياكمال المربع

ماذا سأتعلم؟!

- ✓ أحل معادلات تربيعية باستخدام القانون العام
- ✓ استعمل المميز لتحديد عدد حلول معادلة تربيعية



٨_٣ حل معادلات تربيعية ياكمال المربع

إكمال المربع

خطوات إكمال المربع في أي عبارة تربيعية على الصورة $س^٢ + ب س$
(١) أوجد نصف $ب$ (معامل $س$) ، (٢) ربع الناتج في الخطوة (١)
(٣) أضف الناتج من الخطوة (٢) إلى $س^٢ + ب س$ ، ثم أكتب العبارة على صورة مربع كامل $س^٢ + ب س + \left(\frac{ب}{٢}\right)^٢ = \left(\frac{ب}{٢} + س\right)^٢$

مثال : أوجد قيمة $ج$ التي تجعل ثلاثية الحدود $س^٢ + ٨ س + ف$ مربعاً كاملاً

الحل : (١) اجد نصف العدد ٨ . $٤ = \frac{٨}{٢}$

(٢) اربع الناتج في الخطوة (١) $١٦ = ٤^٢$

(٣) أضف ١٦ إلى $س^٢ + ٨ س + ف$. $س^٢ + ٨ س + ف + ١٦$

إذن $ج = ١٦$ و $س^٢ + ٨ س + ف + ١٦ = (س + ٤)^٢$

حل معادلات ياكمال المربع

لابد أن يكون المعامل الرئيس (معامل $س^٢$) يساوي (١) وإذا كان المعامل الرئيس لايساوي الواحد ، أقسم كل حد على هذا المعامل ثم افصل الحدين اللذين يحتويان $س$ ، ثم أكمل المربع

مثال : حل المعادلة $س^٢ + ٤ س + ٢١ = ٠$

الحل : $س^٢ + ٤ س + ٢١ = ٠$ بما أن $\left(\frac{٤}{٢}\right)^٢ = ٤$ ، لذا أضف ٤ للطرفين

$س^٢ + ٤ س + ٢١ + ٤ = ٠ + ٤$ $٢٥ = (س + ٢)^٢$

ياخذ الجذر للطرفين ثم أضف -٢ للطرفين $س + ٢ = ٥$

أفصل الحدين $س = ٥ - ٢ = ٣$

أبسط $س = ٣$

إذن الحلان هما ٣ ، -٧

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- قيمة ج التي تجعل $س^2 + ٨س + ج$ مربعاً كاملاً هي :

٤ (أ)	١٦ (ب)	٦٤ (ج)	٨ (د)
---------	----------	----------	---------

٢- حلول المعادلة $س^2 + ١٢س = ١٣$ هي :

٦.٢ (أ)	٤.٣ (ب)	١.١٣- (ج)	١٣.٣ (د)
-----------	-----------	-------------	------------

٢- حل المعادلة $س^2 - ٨س + ٩ = ٠$ بإكمال المربع .

٣- حدد العبارة التي تختلف عن العبارات الثلاث الأخرى . وفسر إجابتك .

$$١ + ن + ن^2$$

$$٩ + ن - ن^2$$

$$٤ + ن + ن^2$$

$$١ + ن - ن^2$$

ماذا سأتعلم؟

- ✓ أهل معادلات تربيعية باستخدام القانون العام
- ✓ استعمال المميز لتحديد عدد حلول معادلة تربيعية



تذكر:

حل معادلات تربيعية
ياكمال المربع

٨_٤ حل معادلات تربيعية باستخدام القانون العام

القانون العام

هو صيغة تستعمل لحل أي معادلة تربيعية مكتوبة بالصيغة القياسية (أس^٢ + ب ص + ج = ٠)

$$\text{ويعبر عنه بالقانون العام: } \text{س} = \frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^2 - 4\text{أج}}}{2\text{أ}} \text{ حيث } \text{أ} \neq 0$$

مثال: حل المعادلة $\text{س}^2 - 2\text{س} = 10$ باستخدام القانون العام

الحل: الخطوة (١): أعد كتابة المعادلة بالصورة القياسية

$$\text{س}^2 - 2\text{س} - 10 = 0 \quad \text{س}^2 - 2\text{س} - 10 = 0$$

بفصل الحلاين

$$\frac{\sqrt{64} - 2}{(1)2} = \text{س} \quad \frac{\sqrt{64} + 2}{(1)2} = \text{س}$$

$$\text{س} = 3$$

$$\text{س} = 0$$

الحلاين هما ٣، ٠

الخطوة (٢): نطبق القانون العام

$$\text{س} = \frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^2 - 4\text{أج}}}{2\text{أ}}$$

$$\text{س} = \frac{-(2) \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(-10)}}{2(1)}$$

$$\text{س} = \frac{64 \pm 2}{(1)2}$$

استعمال المميز لتحديد عدد حلول معادلة تربيعية

في القانون العام تسمى العبارة التي تحت الجذر (ب^٢ - ٤أج) المميز ويمكن استعماله لتحديد

عدد الحلول الحقيقية للمعادلة التربيعية

إذا كان ناتج المميز سالب
فالمعادلة ليس لها حل
ولا يوجد مقطع سيني

إذا كان ناتج المميز صفر
فالمعادلة لها حل واحد
عدد المقاطع السينية واحد

إذا كان ناتج المميز موجب
فالمعادلة لها حلين
عدد المقاطع السينية اثنين

مثال: المعادلة $\text{س}^2 - 3\text{س} + 20 = 0$

المميز: $\text{ب}^2 - 4\text{أج} = (3)^2 - 4(1)(20) = 9 - 80 = -71$ (صفر)
إذن يوجد للمعادلة حل واحد ومقطع سيني واحد فقط

مثال: المعادلة $\text{س}^2 + 2\text{س} + 5 = 0$

المميز: $\text{ب}^2 - 4\text{أج} = (2)^2 - 4(1)(5) = 4 - 20 = -16$ (سالب)
إذن عدد الحلول للمعادلة صفر ولا يوجد مقاطع سينية

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- قيمة المميز للمعادلة $س^٢ - ٩س + ٢١ = ٠$ تساوي			
أ) ٩ ، ٤	ب) -٣	ج) ٧٢	د) ١٦٥
٢- عدد الحلول الحقيقية للمعادلة $٣ص^٢ - ٢ص - ٨ = ٠$ تساوي			
أ) واحد فقط	ب) حلان	ج) عدد لانتهائي	د) لا يوجد حل

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (*) أمام العبارة الخاطئة :

١- إذا كانت قيمة المميز للمعادلة عدد سالب فإن للمعادلة حل حقيقي واحد ()

٣- حل المعادلة $س^٢ + ٦س - ١٦ = ٠$ باستعمال القانون العام

٤- اوجد قيم المميز للمعادلة $٩س^٢ - ٣٠س + ٢٥ = ٠$ ثم حدد عدد حلولها الحقيقية.

الفصل التاسع: المعادلات الجذرية المثلثات

اختبر نفسك	الدرس	الفيديو	العرض البصري	عنوان الدرس
اختبر نفسك	الدرس			تبسيط العبارات الجذرية
اختبر نفسك	الدرس			العمليات على العبارات الجذرية
اختبر نفسك	الدرس			المعادلات الجذرية
اختبر نفسك	الدرس			نظرية فيثاغورس
اختبر نفسك	الدرس			المسافة بين نقطتين
اختبر نفسك	الدرس			المثلثات المتشابهة
اختبر نفسك	الدرس			النسب المثلثية

للوصول للعروض البصرية والفيديو

يمكن قراءة الباركود بمسحه بكاميرا الهاتف المحمول

تذكر:

إيجاد الجذور التربيعية

٩_١ تبسيط العبارات الجذرية

ماذا ستعلم!؟

- استعمل خاصية ضرب الجذور التربيعية في تبسيط العبارات
- استعمل خاصية قسمة الجذور التربيعية في تبسيط العبارات الجذرية



تكون العبارة الجذرية في أبسط صورة إذا تحققت في العبارة التي تحت الجذر الشروط التالية:

• لا يكون أي من عوامله مربعاً كاملاً عدا الواحد .

• لا يتضمن كسوراً .

• لا يظهر أي جذر في مقام الكسر .

ويمكن استعمال الخواص الآتية لتبسيط الجذور التربيعية

خاصية قسمة الجذور التربيعية

$$\frac{\sqrt{\frac{a}{b}}}{\sqrt{\frac{c}{d}}} = \frac{\sqrt{\frac{a}{b}}}{\sqrt{\frac{c}{d}}} = \frac{\sqrt{\frac{a}{b}}}{\sqrt{\frac{c}{d}}} = \frac{\sqrt{\frac{a}{b}}}{\sqrt{\frac{c}{d}}} = \frac{\sqrt{\frac{a}{b}}}{\sqrt{\frac{c}{d}}} = \frac{\sqrt{\frac{a}{b}}}{\sqrt{\frac{c}{d}}}$$

مثال:

$$\frac{\sqrt{\frac{10}{9}}}{\sqrt{\frac{1}{3}}} = \frac{\sqrt{\frac{10}{9}}}{\sqrt{\frac{1}{3}}} = \frac{\sqrt{\frac{10}{9}}}{\sqrt{\frac{1}{3}}} = \frac{\sqrt{\frac{10}{9}}}{\sqrt{\frac{1}{3}}} = \frac{\sqrt{\frac{10}{9}}}{\sqrt{\frac{1}{3}}}$$

خاصية ضرب الجذور التربيعية

$$\sqrt{\frac{a}{b}} \times \sqrt{\frac{c}{d}} = \sqrt{\frac{ac}{bd}}$$

أمثلة:

$$\sqrt{9} \times \sqrt{16} = \sqrt{144} = 12$$
$$\sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{15}$$
$$\sqrt{3} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$
$$\sqrt{3/5} = \sqrt{3} \times \sqrt{1/5} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$$

تبسيط الجذر التربيعي للمتغيرات

مثال:

$$\sqrt{\frac{a^2 \times b^2 \times c^2}{d^2 \times e^2}} = \frac{\sqrt{a^2 \times b^2 \times c^2}}{\sqrt{d^2 \times e^2}} = \frac{a \times b \times c}{d \times e} = \frac{abc}{de}$$

عند تبسيط العبارات الجذرية إذا كان ماتحت الجذر التربيعي متغيراً ذا أس زوجي وناتج تبسيطه ذا أس فردي يجب استعمال القيمة المطلقة

إنطاق المقام (جعل المقام خالياً من الجذور)

عندما يكون المقام من حدين تحتوي على جذر

نضرب في المرافق

مثال:

$$\frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}+3} \times \frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}-3} = \frac{3-3\sqrt{3}+3\sqrt{3}-9}{3-9} = \frac{3-9}{-6} = \frac{-6}{-6} = 1$$

عندما يكون المقام من حد واحد يحتوي على

جذر نضرب في جذر المقام

مثال:

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2}{2} = 1$$

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١- تبسيط العبارة الجذرية $\sqrt{24}$ =

(أ) $\sqrt{2}$	(ب) $\sqrt{4}$	(ج) $\sqrt{6}$	(د) ١٢
----------------	----------------	----------------	--------

٢- تبسيط $\sqrt{8} \times \sqrt{5}$ =

(أ) $\sqrt{4}$	(ب) $\sqrt{2}$	(ج) $\sqrt{4}$	(د) $\sqrt{5}$
----------------	----------------	----------------	----------------

٣- تبسيط العبارة $\sqrt{\frac{45}{10}}$ =

(أ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$	(ب) $\frac{\sqrt{5}}{10}$	(ج) $\frac{\sqrt{45}}{10}$	(د) $\frac{\sqrt{50}}{10}$
--------------------------	---------------------------	----------------------------	----------------------------

٢- اكمل الفراغات التالية:

١- $\sqrt{88} = \sqrt{2^3 \times 11}$ =

٢- مرافق $\sqrt{7}$ - ٦ هو

٤- بسط العبارة

$$\sqrt{56} \text{ ص ص } 10 \text{ ك } 5$$

٣- بسط العبارة:

$$\frac{3}{\sqrt{5} + 3}$$

ماذا سأتعلم؟!

- ✓ أجمع العبارات الجذرية وأطرحها
- ✓ أضرب العبارات الجذرية



تذكر:



تبسيط العبارات الجذرية

٩_٢ العمليات على العبارات الجذرية

جمع العبارات الجذرية وطرحها

يجب أن تكون العبارات الجذرية عند جمعها أو طرحها متشابهة مثلها مثل وحيدات الحد

جمع و طرح العبارات الجذرية

إذا كان ماتحت جذورها غير متشابهة
يجب تبسيط كل حد جذري أولاً، ثم إجراء
العمليات الحسابية المطلوبة.

مثال

$$\begin{aligned}(\sqrt{2} \times \sqrt{5}) + \sqrt{4} &= \sqrt{10} + \sqrt{4} \\ (\sqrt{2} \times \sqrt{5}) + \sqrt{4} &= \\ \sqrt{10} + \sqrt{4} &= \\ \sqrt{10} + 2 &= \end{aligned}$$

إذا كان ماتحت جذورها متشابهة
يجب أن تكون العبارات الجذرية عند جمعها
أو طرحها متشابهة مثلها مثل وحيدات الحد.

مثال

$$\sqrt{2}(\sqrt{3} - \sqrt{7} + \sqrt{9}) = \sqrt{2}\sqrt{3} - \sqrt{2}\sqrt{7} + \sqrt{2}\sqrt{9}$$

ضرب العبارات الجذرية

يشبه ضرب العبارات الجذرية ضرب وحيدات الحد.

$$\sqrt{12} = \sqrt{3 \times 4} = \sqrt{3} \times \sqrt{4} = \sqrt{3} \times 2 = 2\sqrt{3}$$

كما يمكن استعمال خاصية التوزيع على العبارات الجذرية

مثال:

$$\begin{aligned}(\sqrt{2} \times \sqrt{5}) + (\sqrt{3} \times \sqrt{5}) &= (\sqrt{2} + \sqrt{3})\sqrt{5} \\ [(\sqrt{2} \times \sqrt{5})] + [(\sqrt{3} \times \sqrt{5})] &= \\ [\sqrt{10}] + [\sqrt{15}] &= [\sqrt{10}] + [\sqrt{15}] \\ [\sqrt{10}] + 20 &= \end{aligned}$$

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي:

$$= \sqrt{4} \sqrt{7} \times \sqrt{5} \sqrt{2} - 1$$

(د) $\sqrt{10} \sqrt{28}$

(ج) $\sqrt{5} \sqrt{28}$

(ب) $\sqrt{5} \sqrt{14}$

(أ) $\sqrt{20} \sqrt{14}$

$$= \sqrt{2} \sqrt{4} + \sqrt{2} \sqrt{5} - \sqrt{2} \sqrt{3}$$

(د) $\sqrt{6} \sqrt{6}$

(ج) $\sqrt{6} \sqrt{2}$

(ب) $\sqrt{2} \sqrt{2}$

(أ) $\sqrt{2} \sqrt{4}$

$$= \sqrt{7} \sqrt{3} + \sqrt{3} \sqrt{6} - \sqrt{7} \sqrt{3} + \sqrt{3} \sqrt{4}$$

(د) $\sqrt{7} \sqrt{6} + \sqrt{3} \sqrt{10}$

(ج) $\sqrt{14} \sqrt{6} + \sqrt{2}$

(ب) $\sqrt{7} \sqrt{6} + \sqrt{3} \sqrt{2}$

(أ) $\sqrt{7} \sqrt{6} + \sqrt{3} \sqrt{2}$

٢- اكمل الفراغات التالية:

$$\dots\dots\dots = \sqrt{24} \sqrt{2} + \sqrt{54} \sqrt{4} \quad (١)$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt{12} \sqrt{2} - \sqrt{3} \sqrt{2} + \sqrt{27} \sqrt{2} \quad (٢)$$

٣- أوجد مساحة المستطيل المجاور بأبسط صورة.

$$\sqrt{3} \sqrt{2} - \sqrt{5}$$

$$\sqrt{3} \sqrt{2} + \sqrt{5} \sqrt{2}$$



ماذا سأتعلم؟

- ✓ أحل معادلات جذرية
- ✓ أحل معادلات جذرية تتضمن حلولاً دقيقية



تذكر:



جمع عبارات جذرية وطرحها وضربها.

٩_٣ المعادلات الجذرية

المعادلات الجذرية: هي المعادلات التي تحتوي متغيرات تحت الجذر

حل المعادلات الجذرية التي تحتوي متغيراً في احد طرفي المعادلة

معادلة جذرية $0 = 2 - \sqrt{3 + 5x}$ ✓
 إضافة (٢) للطرفين $7 = \sqrt{3 + 5x}$ ✓
 تربيع الطرفين $49 = 3 + 5x$
 إضافة (-٣) للطرفين $49 - 3 = 5x$

مثال

خطوات حل هذه المعادلات
 أولاً: أجعل المتغير الذي تريد إيجاد قيمته في طرف من المعادلة
 ثانياً: رتب طرفي المعادلة للتخلص من الجذر

ينتج عن تربيع طرفي المعادلة أحياناً حل لا يحقق المعادلة الأصلية. وهذه الحلول تسمى حلولاً دقيقية؛ لذا عليك التحقق من الحلول كلها في المعادلة الأصلية

حل المعادلات الجذرية التي تحتوي متغيراً في طرفيها

مثال

التحقق

المعادلة الأصلية $3 + k = 0 + k$ ✓
 عوض عن $k = -1$ $3 + (-1) = 0 + (-1)$ ✓
 $2 = 2$ حل صحيح ✓
 عوض عن $k = 1$ $3 + 1 = 0 + 1$ ✓
 $4 = 1$ حل خطأ ✗

بما أن -1 لا تحقق المعادلة الأصلية، لذا فإن -1 هو الحل الوحيد للمعادلة

$$3 + k = 0 + k \quad \checkmark$$

الحل: $(\sqrt{3 + k}) = (\sqrt{0 + k})$ رتب الطرفين

بسّط $9 + k = 0 + k$
 $9 + k = 0 + k$ أطرح $0 + k$ من الطرفين
 $9 = 0$
 حل $(1 + k)(4 + k) = 0$
 $0 = 1 + k$ خاصية التوزيع الصغرى
 $0 = 4 + k$
 $k = -1$ حل
 $k = -4$ حل

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- حل المعادلة $\sqrt{s-3} - 2 = 4$ هو :			
أ) ٣٦	ب) ٣٩	ج) ٤٢	د) ٤٥
٢- حل المعادلة $s - 3 = \sqrt{s-1}$ هو :			
أ) ٣	ب) ٤	ج) ٥	د) ٦

٢- اكمل الفراغات الآتية :

١- المعادلات التي تحتوي متغيرات تحت الجذر تسمى

٢- لحل المعادلات الجذرية اجعل الجذر في طرف المعادلة أولاً ثم للتخلص من الجذر

٣- حل المعادلة $4 + \sqrt{h+1} = 14$ و تحقق من صحة الحل .

تذكر:

حل معادلات تربيعية
باستعمال خاصية
الجذر التربيعي.



٩_٤ نظرية فيثاغورس

ماذا سأتعلم!؟

- ✓ أحل مسائل باستخدام نظرية فيثاغورس.
- ✓ أعدد إذا كان المثلث المعطى قائم الزاوية أم لا.



نظرية فيثاغورس



في المثلث القائم الزاوية: (الوتر)^٢ = (الضلع ١)^٢ + (الضلع ٢)^٢

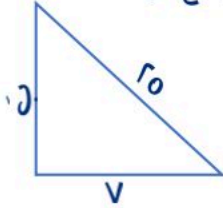
إيجاد الضلع المجهول في المثلث القائم الزاوية

أحد الأضلاع (غير الوتر) المجهول

$$(الضلع ١)^2 = (الوتر)^2 - (الضلع ٢)^2$$

أوجدني طول الضلع المجهول في المثلث الآتي

$$(الضلع ١)^2 = (الوتر)^2 - (الضلع ٢)^2$$



$$(ب)^2 = (٢٥)^2 - (٧)^2$$

$$(ب)^2 = ٦٢٥ - ٤٩$$

$$(ب)^2 = ٥٧٦$$

$$ب = \pm ٢٤$$

بما أن طول الضلع لا يكون سالباً، لذا فإن

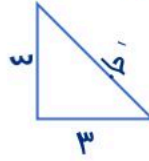
طول الضلع المجهول هو ٢٤ وحدة

الوتر المجهول

$$(الوتر)^2 = (الضلع ١)^2 + (الضلع ٢)^2$$

أوجدني طول الضلع المجهول في المثلث الآتي

$$(الوتر)^2 = (الضلع ١)^2 + (الضلع ٢)^2$$



$$(ج)^2 = (٤)^2 + (٣)^2$$

$$(ج)^2 = ١٦ + ٩$$

$$(ج)^2 = ٢٥$$

$$ج = \pm ٥$$

بما أن طول الضلع لا يكون سالباً، لذا فإن طول

الضلع المجهول هو ٥ وحدات

عكس نظرية فيثاغورس

إذا كان الأطوال أ، ب، جَ لاضلاع مثلث تحقق أن: $جَ^2 = أ^2 + ب^2$ فإن المثلث قائم الزاوية

مثال: حدد إذا كانت الأطوال (٦، ٨، ١٠) يمكن أن تشكل اضلاع مثلث قائم الزاوية أم لا؟

بما أن طول الضلع الأكبر هو ١٠ فإن $جَ = ١٠$ $أ = ٨$ $ب = ٦$

$$جَ^2 = أ^2 + ب^2 \quad \text{نظرية فيثاغورس}$$

$$١٠^2 \stackrel{؟}{=} ٨^2 + ٦^2 \quad \text{بالتعويض عن } جَ = ١٠، أ = ٨، ب = ٦$$

$$١٠٠ \stackrel{؟}{=} ٣٦ + ٦٤ \quad \text{بالتربيع}$$

$$١٠٠ = ١٠٠ \quad \text{بالجمع}$$

بما أن $جَ^2 = أ^2 + ب^2$ فإن قياسات هذه الأضلاع تشكل مثلثاً قائم الزاوية.

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - مساحة المثلث م ن ب بالوحدات المربعة في الشكل المجاور :



(د) ١٩ , ٢١

(ج) ٣٠٧ , ٣٥

(ب) ١٥٣ , ٦٧

(أ) ٢٩ , ٦٨

٢ - أي الأطوال التالية تشكل أضلاع مثلث قائم الزاوية ؟

(د) ٣ , ٥ , ٣

(ج) ٨ , ٤ , ٣

(ب) ١٢ , ٦ , ٦

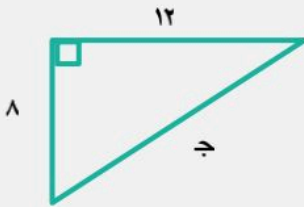
(أ) ١٥ , ١٢ , ٩

٢ - اكمل الفراغات الآتية :

١ - يسمى الضلع المقابل للزاوية القائمة في المثلث القائم الزاوية

٢ - ضلعا المثلث القائم الزاوية غير الوتر هما.....

٣- أوجد طول الضلع المجهول في المثلث المقابل :-



٤ - اكتشف الخطأ : يحاول حسام و حازم تحديد إن كانت الأعداد ٨٥ , ٧٧ , ٣٦ تشكل ثلاثية فيثاغورس . فأيهما إجابته صحيحة ؟ فسر إجابتك .

.....

حازم

$$\begin{aligned} 277 &\stackrel{?}{=} 285 + 236 \\ 5929 &\stackrel{?}{=} 7225 + 1296 \\ 5929 &\neq 8521 \end{aligned}$$

لا

حسام

$$\begin{aligned} 285 &\stackrel{?}{=} 277 + 236 \\ 7225 &\stackrel{?}{=} 5929 + 1296 \\ 7225 &= 7225 \end{aligned}$$

نعم



تذكر:
استعمال نظرية
فيثاغورس

ماذا سأتعلم؟

- ✓ أجد المسافة بين نقطتين في المستوى الإحداثي
- ✓ أجد نقطة المنتصف بين نقطتين في المستوى الإحداثي



٩_ المسافة بين نقطتين

المسافة بين نقطتين إحداثياتها (x_1, y_1) ، (x_2, y_2) يعبر عنها بالقانون

$$f = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

مثال: أوجد المسافة بين النقطتين $(3, 2)$ ، $(4, 5)$

الحل: $f = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$$\sqrt{1 + 9} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$$

قانون نقطة المنتصف

نقطة المنتصف: هي النقطة الواقعة على بعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيمة تنتمي إلى هذه القطعة ويمكن إيجادها باستعمال القانون

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

مثال: أوجد إحداثي نقطة المنتصف للقطعة

المستقيمة التي تصل بين النقطتين $(4, 10)$ ، $(8, 6)$

الحل: $M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$

$$\left(\frac{4 + 8}{2}, \frac{10 + 6}{2} \right) = M$$

$$M = (6, 8)$$

إيجاد الإحداثي المجهول

ويمكن استعمال قانون المسافة بين نقطتين عند معرفة المسافة بينهما ومعرفة إحداثيات إحداهما لإيجاد الإحداثي المجهول للنقطة الأخرى

مثال: أوجد القيم الممكنة للمتغير (x) إذا كانت المسافة بين نقطتين $(4, 7)$ ، $(x, 3)$ تساوي ٥ وحدات

الحل:

$$f = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\sqrt{(7 - x)^2 + (4 - 3)^2} = 5$$

$$\sqrt{32 + 18 - 14x} = 5$$

$$32 + 18 - 14x = 25$$

$$32 + 18 - 14x = 25$$

$$(7 - x)(1 - x) = 0$$

$$1 - x = 0 \text{ أو } 7 - x = 0$$

$$1 = x \text{ أو } 7 = x$$

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- المسافة بين النقطتين $(3, 5)$ ، $(3, 1)$ =			
أ) ١٦	ب) ٤	ج) ٥	د) ٩
٢- إحداثيي نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة التي تصل بين النقطتين $(3, 1)$ ، $(9, 9)$ =			
أ) $(6, 5)$	ب) $(6, 4)$	ج) $(6, 8)$	د) $(12, 10)$

٢- اكمل الفراغ الآتي :

١- تسمى النقطة الواقعة على بعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيمة وتنتهي إلى هذه القطعة

.....

٢- أراد سعد و جمال أن يلتقيا في مطعم مشويات كما في التمثيل المجاور فاستعمل سعد قاربه للوصول إلى المطعم في حين استعمل جمال سيارته . علما بأن طول ضلع كل مربع من المستوى الإحداثي يمثل كيلومترا واحدا .



ب - ما المسافة التي قطعها جمال ؟

أ - ما المسافة التي قطعها سعد ؟



حل التناسبات

9_7 المثلثات المتشابهة

ماذا ستعلم ؟

- ✓ أحد ما إذا كان مثلثان متشابهان أم لا .
- ✓ أجد العناصر المجهولة في مثلثين متشابهين .

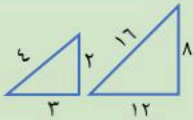


المثلثات المتشابهة : هي المثلثات التي لها الشكل نفسه، وزواياها المتناظرة متساوية وقياسات الأضلاع المتناظرة متناسبة والرمز (\sim) يشير إلى مثلثين متشابهين

تحديد المثلثات المتشابهة

باستعمال المقارنة بين نسب أطوال الأضلاع المتناظرة

مثال: حدد ما إذا كانت المثلثان الآتيان متشابهين أم لا ، وبرر اجابتك



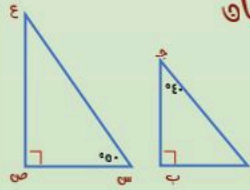
الحل

نعم متشابهة : لأن الأضلاع المتناظرة متناسبة

$$4 = \frac{16}{4} = \frac{12}{3} = \frac{20}{5}$$

باستعمال المقارنة بين قياسات الزوايا المتناظرة

مثال : حدد ما إذا كانت المثلثان الآتيان متشابهين أم لا ، وبرر اجابتك



الحل

نعم متشابهة : لأن الزوايا المتناظرة متساوية في القياس

$$\text{قياس } \angle A = 180^\circ - (90^\circ + 50^\circ) = 40^\circ = \text{قياس } \angle C$$

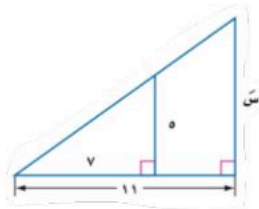
$$\text{قياس } \angle B = 90^\circ = \text{قياس } \angle D$$

$$\text{قياس } \angle E = 90^\circ = \text{قياس } \angle F$$

يمكن استعمال التناسب لإيجاد القياسات المجهولة ، عندما تكون بعض أطوال أضلاع المثلثات المتشابهة معلومة

مثال : أوجد قياس العناصر المجهولة في المثلثين المتشابهين

الحل: بما أن المثلثان متشابهان فإن الأضلاع المتناظرة متناسبة



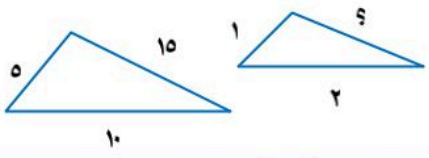
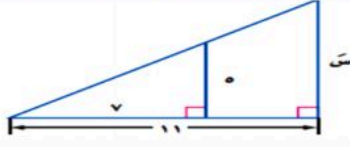
$$\frac{11}{v} = \frac{5}{7}$$

$$55 = 5v$$

$$v = \frac{55}{5} = 11$$

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- في الشكل $\triangle \triangle$ متشابهان قياس الضلع المجهول =			
			
أ) ١٢	ب) ١٠	ج) ٦	د) ٣
٢- طول الضلع المجهول س في المثلثين المتشابهين يساوي			
			
أ) $\frac{55}{7}$	ب) $\frac{77}{5}$	ج) $\frac{11}{5}$	د) $\frac{55}{3}$

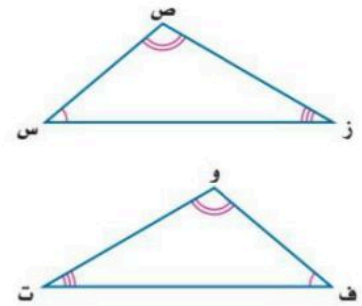
٢- اكمل الفراغ الآتي:

١- في المثلثين إذا تناسبت الأضلاع المتناظرة وتساوت الزوايا المتناظرة يكون المثلثان

٣- قارنت رهف و نوال بين المثلثين المتشابهين المجاورين . فأيهما كانت مقارنتها صحيحة ؟ فسر إجابتك .

نوال
ق Δ س = ق Δ و
ق Δ ص = ق Δ ف
ق Δ ز = ق Δ ت
\triangle س ص ز ~ \triangle و ف ت

رهف
ق Δ س = ق Δ ت
ق Δ ص = ق Δ و
ق Δ ز = ق Δ ف
\triangle س ص ز ~ \triangle ت و ف



.....

ماذا سأتعلم ؟

- ✓ أجد النسب المثلثية للزوايا
- ✓ أستعمل النسب المثلثية لحل المثلث



تذكر:



استعمال نظرية فيثاغورس

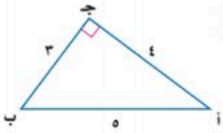
9_ النسب المثلثية

حساب المثلثات : هو دراسة العلاقة بين زوايا المثلث وأضلاعه

النسب المثلثية : هي النسب التي تقارن بين طول ضلعين من أضلاع المثلث القائم الزاوية

مثال

أوجد النسب المثلثية للزاوية أ في المثلث الآتي



$$\begin{aligned} \text{الحل : جا } أ &= \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{3}{5} \\ \text{ظا } أ &= \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{3}{4} \\ \text{جتا } أ &= \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{4}{5} \end{aligned}$$

النسب المثلثية الأكثر شيوعاً



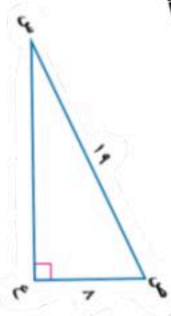
جيب الزاوية أ = $\frac{\text{الضلع المقابل للزاوية أ}}{\text{الوتر}}$

جيب تمام الزاوية أ = $\frac{\text{الضلع المجاور للزاوية أ}}{\text{الوتر}}$

ظل الزاوية أ = $\frac{\text{الضلع المقابل للزاوية أ}}{\text{الضلع المجاور للزاوية أ}}$

معكوس النسب المثلثية

إذا كانت $أ > ٩٠$ زاوية حادة
وكان $جا أ = سن$ فإن $جا - ١ = ق > أ$
أو كان $جتا أ = سن$ فإن $جتا - ١ = ق > أ$
أو كان $ظا أ = سن$ فإن $ظا - ١ = ق > أ$



مثال: أوجد $ق > ص$ إلى أقرب درجة
تعلم طول الضلع المجاور للزاوية ص
وطول الوتر إذن استعمل جيب تمام

$$\text{جتا ص} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{7}{19}$$

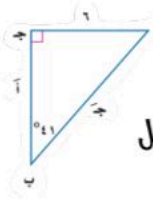
$$\text{جتا } ١ - \text{ق} = \frac{7}{19}$$

باستعمال الحاسبة ودالة جتا (COS^{-1})

$$\text{ق} > ص = ٦٥^\circ$$

استعمال النسب المثلثية

حل المثلث: يعني إيجاد القياسات المجهولة لإضلاع وزوايا المثلث القائم الزاوية
مثال: حل المثلث القائم الزاوية مقرباً طول الضلع إلى أقرب جزء من عشرة



أولاً: أجد قياس $أ > ١٨٠ - (٩٠ + ٤١) = ٤٩^\circ$

قياس $أ > ٤٩^\circ$

ثانياً: أجد $أ$. باستعمال نسبة الظل لأن الضلع المقابل للزاوية ب معطى ونريد إيجاد المجاور للزاوية ب

$$\text{ظا } ٤٥ = \frac{٦}{٩} = \text{أ}$$

$$\text{ظا } ٤٥ = \frac{٦}{٩} = \text{أ} \Rightarrow ٦ = ٤٥ \text{ أ}$$

ثالثاً: أجد $ب$. باستعمال نسبة الجيب لأن قياس الضلع

المقابل للزاوية معطى ونريد إيجاد قياس الوتر

$$\text{جا } ٤١ = \frac{٦}{٩} = \text{ب} \Rightarrow \text{جا } ٤١ = ٦ = ٩ \text{ ب}$$

$$\text{ب} = \frac{٦}{٩} = ٠,٦٦٦ \approx ٩٠^\circ$$

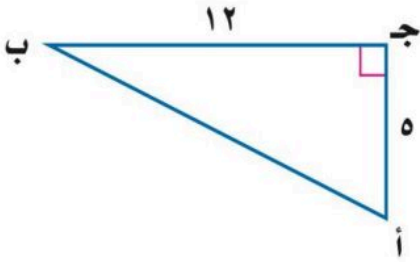
اعتبر نفسك

١ - اكمل الفراغات الآتية:

١ - النسبة التي تقارن بين طولي ضلعين من أضلاع المثلث القائم تسمى

٢ - دراسة العلاقة بين زوايا المثلث و أضلاعه يسمى.....

٢ - أوجد قيم النسب المثلثية الثلاث للزاوية ب.



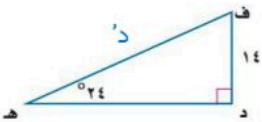
٣- استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة كل نسبة مثلثية فيما يأتي و قرب إلى اقرب جزء من ألف .

ظا $14^\circ =$

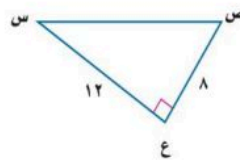
جتا $23^\circ =$

جا $37^\circ =$

٥ - أوجد قياس د في المثلث مقربا إلى أقرب جزء من عشرة:



٤ - أوجد قياس س في المثلث مقربا إلى أقرب درجة:



الفصل العاشر: الإحصاء و الإحتمال

اختبر نفسك	الدرس	الفيديو	العرض البصري	عنوان الدرس
اختبر نفسك	الدرس			تصميم دراسة مسحية
اختبر نفسك	الدرس			تحليل نتائج الدراسة المسحية
اختبر نفسك	الدرس			إحصائيات العينة ومعالم المجتمع
اختبر نفسك	الدرس			التباديل و التوافيق
اختبر نفسك	الدرس			احتمالات الحوادث المركبة

للوصول للعروض البصرية والفيديو

يمكن قراءة الباركود بمسحه بكاميرا الهاتف المحمول

ماذا سأتعلم!؟

- ✓ أصمم دراسة مسحية
- ✓ أعرف الطرق المختلفة لاختيار العينة

١-١٠ تصميم دراسته مسحية

تذكر:



تنظيم البيانات باستخدام الجداول التكرارية



أساليب جمع البيانات

التجربة

تعريفها / استعمالها

تسجل البيانات بعد تغيير العينة وتستعمل للتوصل إلى استنتاجات عامة حول ما يمكن أن يحدث خلال حادثة ما
مثال عليها /

يقوم مراقب ضبط الجودة بتشغيل آلة بسرعة معينة عشرات مرات فإذا وجد أن المنتج يكون معيباً في كل مرة فإنه يستنتج أن المنتج سيكون معيباً في كل مرة تدور فيها الآلة بهذه السرعة

الدراسة القائمة على الملاحظة

تعريفها / استعمالها

تسجيل البيانات بعد ملاحظة أو مشاهدة العينة وتستعمل لمقارنة ردود الأفعال والتوصل إلى استنتاجات حول استجابات المجتمع
مثال عليها /

تراقب شركة لصناعة الدمى بعض الأطفال وهم يلعبون وتلاحظ نوع الدمى التي يفضلونها أكثر ويستنتجون من ذلك أن الأطفال في عمر سنتين يفضلون الدمى التي تصدر أصوات على تلك التي لاتصدر أصوات

الدراسة المسحية

تعريفها / استعمالها

تؤخذ فيها البيانات من استجابات أفراد عينة من المجتمع للتوصل إلى استنتاجات عامة حول المجتمع
مثال عليها /

تحديد درجة رضا طلاب مدرسة عن فقرات الإذاعة المدرسية الصباحية : يسأل مشرف الإذاعة عينة من ٥٠ طالب عن رأيهم في فقرات الإذاعة

ملاحظة هامة /

تكون العينة متحيزة إذا كانت طريقة اختيارها تُعطي تفضيل لمجموعة معينة على مجموعة أخرى وتكون العينة غير متحيزة إذا كان لكل فرد منها الإحتمال نفسه في الاختيار وتسمى عينة عشوائية

العينات العشوائية

العينة العشوائية المنتظمة

تعريفها /

العينة التي يُختار أفرادها تبعاً لفترة زمنية محددة أو فئة محددة من العناصر
مثال عليها /

تُفحص قطعة من خط إنتاج كل عشر دقائق أو تُفحص قطعة من كل ٥٠ قطعة

العينة العشوائية الطبقية

تعريفها /

العينة التي لها يقسم فيها المجتمع إلى فئات متماثلة غير متداخلة ثم يتم اختيار عينة من كل واحدة من هذه الفئات
مثال عليها /

يختار الباحث عينات من صفوف مختلفة من الطلاب بناء على النسبة المئوية لهذه الصفوف في المدرسة

العينة العشوائية البسيطة

تعريفها /

العينة التي لها فرصة الاختيار نفسها كأي عينة أخرى من المجتمع
مثال عليها /

سحب أرقام مئة طالب من كيس وإخضاع هؤلاء الطلاب لدراسة مسحية

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- يقف عدد من الطلاب عند مدخل المدرسة و يسألون كل عاشر طالب يدخلها عن هوايته المفضلة .

أ) متحيزة	ب) غير متحيزة	ج) طبقية	د) غير ذلك
------------	----------------	-----------	-------------

٢- حدد العينة و المجتمع الذي اختيرت مه , ثم صف أسلوب جمع البيانات المستعمل في كل مما يلي :

١- يريد مدير ناد رياضي أن يحدد شعارا للنادي , فسأل ١٠ شخص من مشجعي النادي اختيروا عشوائيا عن آرائهم .

العينة /	المجتمع /	أسلوب جمع البيانات /
----------	-----------	----------------------

٢- سألت وكالة سياحية جميع زبائنها الذين تعاملوا معها خلال السنتين الماضيتين عن الأماكن الأكثر تفضيلا و الأقل تفضيلا .

العينة /	المجتمع /	أسلوب جمع البيانات /
----------	-----------	----------------------

٣- اكمل الفراغات الآتية :

١ - العينة التي يختار أفرادها تبعا لزمان معين أو فترة زمنية محددة تسمى

٢ - العينة التي لها الفرصة الاختيار نفسها كأى عينة أخرى من المجتمع تسمى

٣- جزءا من مجموعة أكبر تسمى المجتمع هي

٤- حدد العينة و المجتمع الذي اختيرت منه ثم صف العينة إلى بسيطة أو طبقية أو منتظمة :
يفحص المدير في أحد المطاعم جودة الفطائر كل ٢٠ دقيقة بدءا بوقت يحدد عشوائيا

العينة	المجتمع	تصنيف العينة
--------	---------	--------------

ماذا سأتعلم ؟!

- ✓ أخص نتائج الدراسة المسحية
- ✓ أقوم نتائج الدراسة المسحية



١٠-٢ تحليل نتائج الدراسة المسحية

تذكر:



تصميم الدراسات
المسحية

مقاييس النزعة المركزية



المتوال	الوسيط	المتوسط الحسابي	وصفه
العدد أو الأعداد الأكثر تكراراً في مجموعة البيانات	العدد الأوسط أو متوسط العددين الأوسطين في البيانات المرتبة	مجموع البيانات مقسوماً على عددها	متى يستخدم ؟
عندما توجد أعداد متكررة في مجموعة البيانات	عندما توجد قيمة متطرفة في البيانات ولكن لا توجد فجوة كبيرة في وسط البيانات	عندما لا يوجد قيم متطرفة في مجموعة البيانات	

أنواع البيانات /

بيانات كمية تُعطي بصورة قيم عديدة يمكن تحليلها مثل درجات الإختبار أو ساعات الدراسة أو كتل الأجسام
بيانات نوعية لا يمكن أن تأخذ قيمة عديدة ومن أمثلتها الجنس (ذكر، أنثى)، الجنسية، البرنامج التلفزيوني المفضل

تقويم نتائج الدراسة المسحية



غالباً ماتقدم الصحف اليومية والمجلات والتقارير الملتفة نتائج دراسات مسحية تحتاج إلى الحكم على مصداقيتها قبل اتخاذ قرار يعتمد عليها ويمكن أن تطرح بعض الأسئلة على نفسك من أجل ذلك مثل :
مامجتمع الدراسة ؟ والعيّنات المأخوذة منه ؟ وهل تستطيع تحديدها بسهولة ؟ وهل هي متحيزة ؟
مامصدر البيانات ؟ وهل هو موثوق ؟ وهل يمكن أن يكون متحيز ؟
هل تدعم البيانات الاستنتاجات فعلياً ؟

وهذا مايسمى بتقويم نتائج الدراسة المسحية

نتائج مظللة



يفكر قائد مدرسة ثانوية كبيرة في تطبيق نظام جديد لتوزيع الطلاب على جمعيات النشاط فوزع استبانة على الطلاب يسألهم عن رأيهم في النظام الجديد وكان السؤال / مارأيك في تطبيق النظام الجديد لتوزيع الطلاب على جمعيات النشاط ؟
الاستنتاج / لن يترجع الطلاب من تطبيق نظام توزيع الطلاب على جمعيات النشاط
حدد ما إذا كان التمثيل بالأعمدة المجاور يعطي الصورة الصحيحة حول نتائج الدراسة المسحية ؟

بدو للوهلة الأولى ان معظم الطلاب موافقون على تطبيق النظام الجديد ومع ذلك فإن أطوال فترات التدرج غير ثابتة وإذا ألقينا نظرة فاحصة نجد أن نحو ٤٥٠ طالب غير موافقين او غير موافقين بشدة على هذا النظام الجديد وأن عدد الطلاب موافقين بزبد قليلاً على ٣٠٠ طالب فقط لذا فإن التمثيل البياني المعروض مظلل والاستنتاج غير صادق

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - العدد أو الأعداد الأكثر تكراراً في مجموعة البيانات يسمى :			
أ) المتوسط	ب) الوسيط	ج) المنوال	د) المدى

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (*) أمام العبارة الخاطئة :

١ - الوسيط هو مجموع البيانات مقسوماً على عددها ()

٢ - البيانات النوعية يمكن أن تأخذ قيمة عددية ()

٣- أي مقاييس النزعة المركزية (إن وجدت) هو الأنسب لتمثيل البيانات ؟ و برر إجابتك . ثم أحسب ذلك المقياس

أجريت دراسة حول الأنشطة الصيفية المفضلة التي يمارسها الطلاب . و عرضت نتائجها في الجدول المجاور .

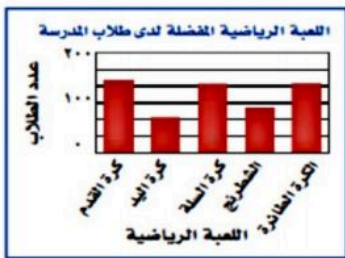
الأنشطة الصيفية			
٤٣٢	المخيمات	٦٥٠	السباحة
٢٨١	المطالعة	٨٨٥	الرحلات
٥١٤	أخرى	١١٢٣	الرياضة

٤ - حدد صحة المعلومات و الاستنتاجات لتقرير الدراسة المسحية فيما يأتي :

يوضح التمثيل بالأعمدة المجاور نتائج استطلاع أجراه مدرس التربية الرياضية لمعرفة اللعبة الرياضية التي يفضلها طلاب المدرسة.

السؤال : ما اللعبة الرياضية التي تفضلها؟

الاستنتاج : كرة اليد هي اللعبة الأقل شيوعاً من الألعاب الرياضية المفضلة.



١٠-٣ إحصائيات العينة ومعالم المجتمع

ماذا سأتعلم؟

- ✓ استعمال إحصائيات العينة لتحليل نتائج الدراسة المسحية
- ✓ أحلال البيانات باستعمال إحصائيات العينة

تذكر:

تنظيم نتائج الدراسة المسحية وتلخيصها



عين العينة والمجتمع في الموقف التالي ثم صف إحصائي العينة ومعلمة المجتمع

اختيرت عينة عشوائية من إحدى الجامعات مكونة من ٤٠ من طلبة المنح الدراسية ثم حسب متوسط درجاتهم

العينة : مجموعة الطلاب ٤٠ المتقدمين بطلبات المنح الدراسية
المجتمع : جميع الطلبة المنح الدراسية
إحصائي العينة : متوسط درجات الطلبة الأربعة
معلمة المجتمع : متوسط درجات جميع طلبة المنح الدراسية

مقاييس التشتت

المقياس	الوصف	متى يفضل استعماله؟
المدى	الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة في مجموعة البيانات	لوصف الأعداد التي تشملها مجموعة البيانات
الربيعات	القيم التي تقسم مجموعة البيانات إلى أربعة أجزاء متساوية	لتحديد القيم الواقعة في الجزء الأعلى أو الجزء الأسفل من مجموع البيانات
المدى الربيعي	مدى النصف الأوسط من مجموعة البيانات وهو الفرق بين الربيعين الأعلى والأدنى	لتحديد القيم الواقعة في النصف الأوسط من مجموعة البيانات

الانحراف المتوسط : هو متوسط القيم المطلقة للفرق بين كل قيمة والمتوسط الحسابي لمجموعة البيانات

كيف نوجد الانحراف المتوسط ..؟

- ١ - نوجد المتوسط الحسابي
 - ٢ - نوجد مجموع القيم المطلقة للفرق بين كل قيمة في مجموعة البيانات والمتوسط الحسابي
 - ٣ - نقسم هذا المجموع على عدد القيم في مجموعة البيانات
- الانحراف المعياري : هو القيمة التي تُحسب لتدل على مدى تباعد قيم مجموعة البيانات عن متوسطها الحسابي

التباين : هو مربع الانحراف المعياري

كيف نوجد التباين والانحراف المعياري ..؟

- ١ - نوجد المتوسط الحسابي
- ٢ - نوجد مربع الفرق بين كل قيمة في مجموعة البيانات والمتوسط الحسابي ثم نجمع هذه المربعات ونقسم المجموع على عدد القيم في مجموعة البيانات لنحصل على التباين
- ٣ - نوجد الانحراف المعياري بإيجاد الجذر التربيعي للتباين

اختبر نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- الانحراف المتوسط لمجموعة البيانات ٦ ، ١٠ ، ١٥ ، ١١ ، ٨ يساوي			
٦ (أ)	٨ (ب)	١٠ (ج)	١٢ (د)
٢- الانحراف المعياري للأعداد ١٢ ، ١٥ ، ١٨ ، ٢١ يساوي			
١١ ، ٣ (أ)	٣ ، ٤ (ب)	٩ ، ٦ (ج)	١٦ ، ٥ (د)

٢- أكمل الفراغ التالي:

١ - هو مربع الانحراف المعياري للبيانات

٢ - هو القيمة التي تدل على مدى تباعد قيم مجموعة البيانات عن متوسطها الحسابي

٣- عين العينة و المجتمع . ثم صنف إحصائي العينة و معلمة المجتمع .

اختيرت عينة عشوائية طبقية من طلاب المدارس الثانوية في منطقة عسير التعليمية . و سئل أفراد العينة عن الوقت الذي يقضيه كل منهم في الأنشطة المنهجية الإضافية خلال الأسبوع .

العينة	المجتمع	إحصائي العينة	معلمة المجتمع
--------	---------	---------------	---------------

٤- اكتشف الخطأ : تصف كل من سحر و رغد طريقة دقة دراسة مسحية . فأيهما إجابتهما صحيحة ؟ فسر ذلك .

رغد
يجب اختيار عينة الدراسة المسحية عشوائياً ، و يجب أن تؤخذ عدة عينات عشوائية

سحر
يجب أن تشمل الدراسة المسحية على أكبر عدد ممكن من أفراد المجتمع

ماذا سأتعلم؟

- استعمال التباديل
- استعمال التوافيق

١٠-٤ التباديل والتوافيق

تذكر:



استعمال مبدأ العد الأساسي



التوافيق

يسمى عدد طرق التشكيل الممكنة لمجموعة عناصر ليس لترتيبها أهمية توافيق

في التوافيق الترتيب غير مهم أبداً
اختيار جزء من كل

أوجد قيمة كل مما يلي:

$${}_{20}C_6 = \frac{20 \times 19 \times 18 \times 17 \times 16 \times 15}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6}$$

$${}_{20}C_4 = \frac{20 \times 19 \times 18 \times 17}{1 \times 2 \times 3 \times 4}$$

مثال من واقع الحياة (مسألة قدرات)

تطلب أم من بناتها الخمسة القيام بالأعمال المنزلية كل أسبوع بكم طريقة يمكن اختيار اثنتين منهن لتنظيف ساعة المنزل؟
ملاحظة هامة / الترتيب في عملية الاختيار غير هام كذلك نلاحظ انه اختيار جزء من كل لذلك نحل بالتوافيق

$${}_{10}C_2 = \frac{10 \times 9}{1 \times 2} = 45$$

التباديل

عندما تنظم العناصر بحيث يكون ترتيبها مهماً وتكتب جميع الترتيب الممكنة لهذه العناصر يسمى كل من هذه الترتيب تبديل

في التباديل الترتيب مهم جداً

أوجد قيمة كل مما يلي:

$${}_{30}P_6 = 30 \times 29 \times 28 \times 27 \times 26 \times 25$$

$${}_{60}P_5 = 60 \times 59 \times 58 \times 57 \times 56$$

مثال من واقع الحياة (مسألة قدرات)

بريد أمين مكتبة أن يعرض 6 مجلات من بين 10 مجلات مختلفة على رف ، فبكم طريقة يمكنه ذلك ؟

ملاحظة هامة / كلمة مختلفة تدل على ترتيب لذلك نحل بالتباديل

$${}_{10}P_6 = 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 151200$$

المضروب : مضروب العدد الصحيح الموجب n هو ناتج ضرب الاعداد الصحيحة الموجبة التي تقل عن n أو تساويه

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n \quad \text{مثلاً } 4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$$

مثال من واقع الحياة (مسألة قدرات)

دخل فهد وخمسة من أصدقائه قاعة محاضرات فبكم طريقة مختلفة يمكنهم أن يجلسوا جميعاً على 6 مقاعد خالية في صف واحد واحد ؟

$$6! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 720 \quad \text{عدد طرق جلوس فهد وأصدقائه هو } 720$$

اكتب نفسك

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - بكم طريقة يمكن اختيار لجنة مكونة من ٤ أشخاص من بين ١٢ شخصا ؟			
٤٨ (أ)	٤٨٣ (ب)	٤٩٥ (ج)	٨٨٠ (د)
٢- يريد أحد المراكز التجارية أن يعرض صور جوائز الست التي يوزعها على الزبائن على لوحة . بكم طريقة يمكن تنظيم الجوائز في صف واحد ؟			
١٢٠ (أ)	٤٥٠ (ب)	٧٢٠ (ج)	٩٦٠ (د)
٣- $7^2 =$			
١٤ (أ)	٤٢ (ب)	٤٩ (ج)	٢٤٠ (د)
٤- $6^4 =$			
١٥ (أ)	٢٠ (ب)	٣٠ (ج)	٤٥ (د)

٢- أكمل الفراغ التالي:

١ - عدد طرق التشكيل الممكنة لمجموعة عناصر ليس لترتيبها أهمية تسمى

٣- حدد هل يتضمن كل موقف من المواقف الآتية تبادل أم توافق :

اختيار ٥ كتب لقراءتها من بين ٨ كتب على رف

اختيار الفائزين بالمراكز الثلاثة الأولى في مسابقة ثقافية

٤ - اكتشف الخطأ : تريد كل من سلمى و نوف أن يكونا لجنة مؤلفة من ٤ طالبات . للإشراف على تزيين المدرسة استعدادا لاحتفال تكريم الأوائل . تريد كل منهما أن تحدد عدد اللجان التي يمكن تشكيلها إذا تطوع ١٠ طالبات للقيام بهذا العمل . فأيهما كانت إجابتها صحيحة ؟ فسر إجابتك .

الإجابة

$$\begin{aligned} \text{نوف} \\ \frac{!10}{!4!(10-4)} &= {}^10C_4 \\ 210 &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{سلمى} \\ \frac{!10}{!(4-10)} &= {}^10C_4 \\ 5040 &= \end{aligned}$$

١٠-٥ احتمالات الحوادث المركبة

تذكر:



كيفية حساب احتمال بسيط

ماذا سأعلم ؟

- ☑ نوجد احتمال حادثتين مستقلتين أو غير مستقلتين
- ☑ نوجد احتمال حادثتين متنافيتين أو حادثتين غير متنافيتين



الحوادث المستقلة وغير مستقلة

الحوادث المستقلة هي التي نتيجة إحداهما لا تؤثر على الأخرى

مثال : يحتوي كيس على ١٠ كرات ٥ منها زرقاء و ٥ سوداء و ٣ خضراء ثم سُحب كرة عشوائياً زرقاء ثم سوداء

مستقلة : ح (زرقاء وسوداء)

$$\frac{1}{10} = \frac{10}{100} \times \frac{2}{10} \times \frac{8}{90}$$

غير مستقلة : عندما سحبنا الكرة الأولى لم يتم إعادتها إلى الكيس

$$\frac{1}{10} = \frac{7}{90} = \frac{2}{9} \times \frac{3}{10}$$

الحوادث المركبة

تتكون من حادثتين بسيطتين وأكثر

مثال : يحتوي كيس على ٦ كرات سوداء و ٩ زرقاء و ٤ صفراء و كرتين خضراوين فإذا سُحبت منه كرة عشوائياً ثم أعيدت و سُحبت كرة ثانية أو جد احتمال سحب كرة سوداء ثم كرة صفراء ؟

$$\frac{6}{21} = \frac{\text{عدد الكرات السوداء}}{\text{عدد الكرات الكلي}} = \text{ح (سوداء)}$$

$$\frac{4}{21} = \frac{\text{عدد الكرات الصفراء}}{\text{عدد الكرات الكلي}} = \text{ح (صفراء)}$$

إذا احتمال الحوادث المستقلة يكون

$$\text{ح (سوداء و صفراء)} = \text{ح (سوداء)} \times \text{ح (صفراء)}$$

$$\frac{24}{441} = \frac{4}{21} \times \frac{6}{21} =$$

الحوادث الغير متنافية

مثال :

في حادثة رمي مكعب أرقام ما احتمال ظهور عدد فردي أو أولي ؟

أولاً نوجد احتمال ظهور عدد فردي وعدد أولي كلاً على حده

$$\frac{3}{6} = \text{ح (فردي)}$$

$$\frac{3}{6} = \text{ح (أولي)}$$

$$\frac{2}{6} = \text{ح (فردي أو أولي)}$$

ح (فردي) + ح (أولي) - ح (الأعداد الأولية الفردية)

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{6} - \frac{3}{6} + \frac{3}{6}$$

الحوادث المتنافية

هي الحوادث التي لا يمكن وقوعها معاً

مثال :

عند رمي مكعب أرقام أوجد احتمال ظهور العدد ٣ أو ٥ أولاً نوجد احتمال ظهور العدد ٣ والعدد ٥ كلاً على حده

$$\frac{1}{6} = \text{ح (ظهور ٣)}$$

$$\frac{1}{6} = \text{ح (ظهور ٥)}$$

احتمال الحوادث المتنافية

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \text{ح (٣ أو ٥)}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \text{ح (٤ على الأقل)}$$

اختبر نفسك

١- ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (✗) أمام العبارة الخاطئة:

١- عند رمي مكعب أرقام فإن حادثة ظهور (عدد فردي أو أولي) حوادث متنافية ()

٢- اكمل الفراغات التالية:

١- عندما تؤثر نتيجة حادثة ما في نتيجة حادثة أخرى تسمى حادثتان

٢- الحادثتان اللتان لا يمكن وقوعهما معا تسمى حادثتان

٣- يحتوي كيس على ٣ كرات حمراء و ٢ كرتين خضراوين و ٤ كرات زرقاء. اختيرت منه كرتان عشوائيا دون إرجاع. أوجد احتمال أن تكون الكرتان زرقاوين.

٤- أوجد كلا من الاحتمالات الآتية عند رمي مكعب أرقام:

$$ح (عدد زوجي) =$$

$$ح (٢ أو ٣) =$$

$$ح (أقل من ٣) =$$

٥- اكتشف الخطأ: يريد كل من حمد و جمال تحديد احتمال اختيار كرة زرقاء او حمراء عشوائيا من

كيس يحتوي على ٨ كرات زرقاء و ٦ حمراء و ٨ صفراء و ٤ بيضاء فإيهما إجابته صحيحة مع التبرير؟

الإجابة

$$\begin{aligned} & \text{جمال} \\ & ح (زرقاء أو حمراء) \\ & ح (زرقاء) \times ح (حمراء) = \\ & \frac{7}{26} \times \frac{8}{26} = \\ & \frac{56}{676} = 8.3\% \text{ تقريبا} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{حمد} \\ & ح (زرقاء أو حمراء) \\ & ح (زرقاء) + ح (حمراء) = \\ & \frac{7}{26} + \frac{8}{26} = \\ & \frac{15}{26} = 58\% \text{ تقريبا} \end{aligned}$$

ملحق الإجابات

الفصل السادس

اختبر نفسك
ضرب وحدات الحد

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- أي مما يلي لا يعتبر وحدة حد :

(أ) $\frac{س ص ع}{٢}$	(ب) $\frac{م ف -}{ن}$	(ج) $٢٣ أ ب ج د$	(د) $٣ س٢ ص٣ ك٢$
٢- تبسيط العبارة $(٢ن٦) (٢ن٢) =$			
(أ) $١٢ ن١٠$	(ب) $٨ ن١٠$	(ج) $٨ ن٤$	(د) $١٢ ن٣$

٢- اكمل الفراغات التالية :

١- إذا كان طول مستطيل ٢٥ س^٣، وعرضه ٥ س^٢ فإن مساحته تساوي ١٢٥ س^٥

٢- يسمى العدد أو المتغير أو حاصل ضرب عدد في متغير واحد أو أكثر بأسس صحيحة غير سالبة وحدة حد

٣- ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (*) أمام العبارة الخاطئة :

١- عند ضرب قوتين لهما الأساس نفسه تضرب الأسس (*)

٢- العبارة س - ٢١ وحدة حد (*)

٤- بسط كل عبارة مما يأتي:

$$\begin{aligned} & ٢ [٢ (٢ ٢)] \\ & ٢ (٣ \times ٢ ٢) = \\ & ٢ (٦ ٢) = \\ & ١٢ ٢ = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & ٢ (٢ ف ٢ ج ٢ ل ٣) \\ & ٢ (٢ -) ٢ (٢ ف) ٢ (٣ ج) ٢ (٢ ل) = \\ & ٨ - ٢ ف ٢ ج ٢ ل = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (٥ م ٤ ف) (٧ م ٤ ف ٣) \\ & (٧ \times ٥) (م \times م ٤) (ف \times ف ٣) = \\ & ٣٥ م ٨ ف ٤ = \end{aligned}$$

اختبر نفسك
قسمة وحيدات الحد

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تبسيط العبارة = $\frac{٢٤ م ن}{٢ م}$			
(أ) $\frac{٢ ن}{م}$	(ب) $\frac{٢ م}{ن}$	(ج) $٢ م ن$	(د) $٢ م ن$
٢- تبسيط العبارة = $\frac{ب٤ ج٤ د}{ب٤ ج}$			
(أ) $٢ ب ج$	(ب) $ب٤ ج٤ د$	(ج) $ب٤ د$	(د) $ب٤ ج٤ د$

٢- اكمل الفراغات التالية :

١- تستعمل لمقارنة المقادير وتقدير الحسابات و اجرائها بسرعة و تعبر عن العدد مقربا الى اقرب قوى العشرة
رتبة المقدار

٣- ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (*) أمام العبارة الخاطئة :

١- عند قسمة قوتين لهما الأساس نفسه تطرح الأسس (✓)

٢- تبسيط العبارة (٣ س^٢ ص) = ٣ س^٢ ص (*)

٤- بسط كل عبارة مما يأتي مفترضا أن المقام لا يساوي صفرا :

$$\begin{aligned} & \left(\frac{٣ س٤}{٤ ص٣} \right)^٣ \\ & = \frac{٣(٣ س٣)٣(٤)٣}{٣(٤ ص٣)٣(٣)٣} \\ & = \frac{٦٤ س٩}{٢٧ ص١٢} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{٣ ن - ١ س - ٥}{٥ ن س} \\ & = \frac{(٣ ر) (١ - ٢ ن) (١ - ٥ س)}{١٠ - ٣ ن س} \\ & = \frac{٣ ر}{١٠ س} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{٢ ن٧ ف٧}{٢ ن٧ ف٧} \\ & = \frac{(٢ - ٢ ن) (٧ - ٧ ف)}{٢ ن٧ ف٧} \\ & = ٢ ن٧ ف٧ \\ & = ٢ ن٧ ف٧ \end{aligned}$$

اختبر نفسك
كثيرات الحدود

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تصنف كثيرة الحدود $٢س٢ - ٤س - ٦$ على أنها :			
أ) وحيدة حد	ب) ثنائية حد	ج) ثلاثية حدود	د) غير ذلك
٢- درجة وحيدة الحد $٢د٥ ب٣ هي :$			
أ) الثالثة	ب) الخامسة	ج) الثامنة	د) الثانية

٢- ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (*) أمام العبارة الخاطئة :

١- درجة كثيرة الحدود $٤س٥ + ٣س - ٣$ من الدرجة الثالثة (*)

٣- صل من العمود الأول بما يناسبه من العمود الثاني :

كثيرة الحدود	مجموع أسس كل متغيراتها
درجة وحيدة الحد	أكبر درجة لأي حد من حدودها
درجة كثيرة الحدود	هي وحيدة حد أو مجموع وحيدات حد

٤- اكتب كثيرة الحدود فيما يأتي بالصورة القياسية . وحدد المعامل الرئيس فيها :

<p>$٣س٣ + ٣س٢ + ٣س$</p> <p>الصورة القياسية هي :</p> <p>$٣س٣ - ٣س٢ + ٣س$</p> <p>المعامل الرئيس هو ٣</p>
--

اختبر نفسك

جمع كثيرات الحدود و طرحها

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

$$١- \text{ ناتج } (٢ص - ٥) - (٣ص + ١) =$$

(أ) ٥ ص + ٦	(ب) ص - ٤	(ج) -٦ ص - ٦	(د) -٤ ص - ٤
-------------	-----------	--------------	--------------

٢- ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة:

١- يتم جمع كثيرتي حدود بجمع الحدود المتشابهة	(✓)
--	-------

٣- أوجد ناتج مايلي :

$$(٣ص - ٢ص + ٢ص) + (٣ص + ٢ص - ٣ص)$$

$$= (٣ص + ٢ص - ٣ص) + (٣ص - ٢ص + ٢ص) = ٣ص + ٢ص - ٣ص + ٣ص - ٢ص + ٢ص = ٤ص$$

$$(٨ص - ١٠ص + ٥ص) - (٧ص - ١٢ص + ٢ص)$$

$$= (٨ص - ١٠ص + ٥ص) + (-٧ص + ١٢ص - ٢ص) =$$

$$= (٨ص - ١٠ص + ٥ص) + (-٧ص + ١٢ص - ٢ص) = ٨ص - ١٠ص + ٥ص - ٧ص + ١٢ص - ٢ص = ٤ص - ١٧ص + ٦ص$$

٤- اكتشف الخطأ: يجد كل من ثامر و سلطان ناتج: $(٢ص - ٢ص) - (٣ص + ٣ص - ٢ص)$. فأيهما كانت إجابته صحيحة؟ فسر إجابتك.

سلطان

$$(٢ص - ٢ص) - (٣ص + ٣ص - ٢ص) = (٢ص - ٢ص) + (-٣ص - ٣ص + ٢ص) = ٢ص - ٤ص - ٢ص$$

ثامر

$$(٢ص - ٢ص) - (٣ص + ٣ص - ٢ص) = (٢ص - ٢ص) + (-٣ص - ٣ص + ٢ص) = ٢ص - ٤ص - ٢ص$$

كلاهما إجابته خطأ. فلم يجد أي منهما النظير الجمعي بشكل صحيح. إذ إن جميع حدود كثيرة الحدود التي تلي عملية الطرح يجب أن تضرب في -١

اختبر نفسك
ضرب كثيرات الحدود

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

$$= (٥ + س) (٣ + س٢) \text{ ناتج}$$

أ) $٢س٢ + ٨س + ١٥$	ب) $٢س٢ + ٧س + ١٥$	ج) $٢س٢ + ١٣س + ١٥$	د) $٢س٢ + ١٣س + ٨$
--------------------	--------------------	---------------------	--------------------

٢- ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (✗) أمام العبارة الخاطئة:

١- تستعمل طريقة التوزيع بالترتيب في ضرب ثنائتي حد	(✓)
٢- العبارة التربيعية هي عبارة ذات متغير واحد من الدرجة الثالثة	(✗)

٣- أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

$$(٤ص٢ - ٣)(٤ص٢ + ٧ص + ٢)$$

$$= ٤ص٢(٤ص٢ + ٧ص + ٢) - ٣(٤ص٢ + ٧ص + ٢)$$

$$= ١٦ص٤ + ٢٨ص٣ + ٨ص٢ - ١٢ص٢ - ٢١ص - ٦$$

$$= ١٦ص٤ + ٤ص٢ + ٢٨ص٣ - ٣ - ٢١ص - ٦$$

$$(٤م - ٣)(٢ + م)$$

$$= ٤م(٢ + م) - ٣(٢ + م)$$

$$= ٨م + ٤م٢ - ٦ - ٣م$$

$$= ٤م٢ + ٥م - ٦$$

يحيط ممر عرضه س بحديقة مستطيلة الشكل طولها ٨ أمتار . و عرضها ٦ أمتار . أكتب عبارة تمثل المساحة الكلية للحديقة و الممر .

$$\text{المساحة الكلية} = (٢س + \text{طول الحديقة}) (٢س + \text{عرض الحديقة})$$

$$= (٢س + ٨) (٢س + ٦)$$

$$= ٤س٢ + ١٦س + ١٢س + ٤٨$$

$$= ٤س٢ + ٢٨س + ٤٨$$

اختبر نفسك

حالات خاصة من ضرب كثيرات الحدود

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

$$١- \text{ ناتج } (٦ص - ٣) = ٢$$

٩- ٣٦ص ^٢ - ١٨ص - ٩ (د)	٩- ٣٦ص ^٢ (ج)	٩+ ٣٦ص ^٢ - ٣٦ص (ب)	٩- ٣٦ص ^٢ + ١٨ص - ٩ (أ)
-----------------------------------	-------------------------	-------------------------------	-----------------------------------

٢- مربع طول ضلعه ص وحدة إذا نقص طول كل ضلع ٩ وحدات فإن العبارة التي تمثل مساحة المربع الجديد هي :

٨١+ ٢ص (أ)	١٨- ٢ص (ب)	١٨+ ٢ص (ج)	٨١+ ٢ص - ١٨ص (د)
------------	------------	------------	------------------

٢- أوجد ناتج مايلي :

$$(٥س - ٢ص)٢$$

$$= (٥س)٢ - ٢(٥س)(٢ص) + (٢ص)٢$$

$$= ٢٥س٢ - ٢٠صس + ٤ص٢$$

$$(٥+ س)٢$$

$$= (٥+ س)٢ + (٥)٢ + ٢(٥)س$$

$$= ٢٥ + ١٠ص + ٢ص٢$$

$$(٣س - ٢)(٣س + ٢)$$

$$= (٣س)٢ - ٢(٣س) + ٢(٢) - ٢٢$$

$$= ٩س٢ - ٦ص + ٤ - ٢٢$$

٣- حدد العبارة المختلفة عن العبارات الثلاث الأخرى فيما يأتي :

$$(٢+ ج)(٢+ د)$$

$$(٢+ ج)(٢+ د)$$

$$(٢- ج)(٢+ د)$$

$$(٢- ج)(٢- د)$$

على حد أوسط لأن ناتج الضرب لا يحتوي على حد أوسط بينما الحدود الثلاثة الأخرى تحتوي على حد أوسط

ملحق الإجابات

الفصل السابع

اختبر نفسك
استعمال خاصية التوزيع

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تحليل كثيرة الحدود ٥س - ١٠ ص هو			
(أ) ٥ ص	(ب) ٥ ص (س-٢)	(ج) ص (٥س-١٠)	(د) (س-٢)
٢- مجموعة حل المعادلة ٣س (س-١) = ٠ هي :			
(أ) {٠}	(ب) {٠، ١}	(ج) {١، ٠}	(د) {١}

٢- ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (×) أمام العبارة الخاطئة:

١- إذا كان حاصل ضرب عاملين صفرا، فإن أحد العاملين على الأقل يساوي صفرا (✓)

٤- حلل كثيرة الحدود الآتية:

$$١٦ + م٨ + ن٢ + م٢ + ن٢$$

$$= (١٦ + م٨) + (ن٢ + م٢) =$$

جمع الحدود ذات العوامل المشتركة

$$= (٢ + م)٨ + (٢ + م)٢$$

حلل كل تجميع بإخراج (ق.م.أ)

$$= (٢ + م)(٨ + ن)$$

خاصية التوزيع

٣- استعمال خاصية التوزيع لتحليل كثيرة الحدود

$$١٢ل٢ك + ٦ل٢ك + ٢ل٢ك$$

$$١٢ل٢ك = ٢ل٢ك \times ٦$$

$$٦ل٢ك = ٢ل٢ك \times ٣$$

$$٢ل٢ك = ٢ل٢ك \times ١$$

(ق.م.أ) = ٢ل٢ك

$$١٢ل٢ك + ٦ل٢ك + ٢ل٢ك = ٢ل٢ك(٦ + ٣ + ١)$$

أعد كتابة كل حد باستعمال (ق.م.أ)

$$= ٢ل٢ك(٦ + ٣ + ١)$$

٥ - اكتشف الخطأ: يحل كل من حمد و راشد المعادلة ٢م = ٤م. فأيهما إجابته صحيحة؟ فسر إجابتك.

الإجابة
راشد يجب جعل أحد طرفي المعادلة صفرا. ولا يصح القسمة على متغير. لأنه قد تكون قيمة المتغير صفرا

حمد
٢م = ٤م
 $\frac{٢م}{٢} = \frac{٤م}{٢}$
٢ = م

راشد
٢م = ٤م
٠ = ٤م - ٢م
٠ = (٢ - م)م
٠ = م٢ أو ٠ = ٢ - م
٢ = م أو ٠ = م

اختبر نفسك

المعادلات التربيعية: $س^2 + ب س + ج = ٠$

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١- تحليل كثيرة الحدود $س^2 + س - ٢٠ =$			
(أ) $(س + ٥)(س + ٤)$	(ب) $(س + ٤)(س - ٥)$	(ج) $(س - ٤)(س + ٥)$	(د) $(س - ٤)(س - ٥)$
٢- إذا كانت مساحة مستطيل طوله $(س + ٢)$ تساوي $س^2 - ٤$ فإن عرضه يساوي			
(أ) $(س - ٦)$	(ب) $(س + ٦)$	(ج) $(س - ٢)$	(د) $(س - ٤)$

٢- حل كثيرة الحدود:

$$ن^2 + ٤ن - ٢١$$

$$ب = ٤, ج = -٢١$$

عوامل العدد - ٢١	مجموع العاملين
١, ٢١ -	٢٠
٣, ٧ -	٤

العاملان الصحيحان هما -٣, ٧

$$ن^2 + ٤ن - ٢١ = (ن - ٣)(ن + ٧)$$

٣- حل المعادلة الآتية و تحقق من صحة الحل:

$$س^2 + ١٠س + ٩ = ٠$$

$$٠ = (س + ٩)(س + ١)$$

$$س = ٩ + ٠, س = ١ + ٠$$

$$س = ٩ -, س = ١ -$$

التحقق من الحل

نعوض عن $س = ٩ -$ في المعادلة الاصلية

$$٠ = ٩ + (٩ -)١٠ + ٢(٩ -)$$

$$٠ = ٩ + ٩٠ - ٨١$$

نعوض عن $س = ١ -$ في المعادلة الاصلية

$$٠ = ٩ + (١ -)١٠ + ٢(١ -)$$

$$٠ = ٩ + ١٠ - ١$$

٤- اكتشف الخطأ: حل كل من ماجد و خليل العبارة: $س^2 + ٦س - ١٦$. فأيهما إجابته صحيحة؟ فسر ذلك.

خليل

$$س^2 + ٦س - ١٦ = (س - ٢)(س + ٨)$$

ماجد

$$س^2 + ٦س - ١٦ = (س + ٢)(س - ٨)$$

خليل . عند ضرب العاملين اللذين يشكلان إجابة ماجد يكون الناتج $س^2 + ٦س - ١٦$, إلا أن الحد الأوسط

يجب أن يكون موجبا

اختبر نفسك

المعادلات التربيعية: أس² + ب س + ج = ٠

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تحليل كثيرة الحدود ٢س ² + ٥س + ٣ هو:			
(أ) (٣+س)(١+س)	(ب) (١-س)(٣+س)	(ج) (٥-س)(٣-س)	(د) (٣-س)(٢-س)
٢- إذا كان أحد جذري المعادلة ٣س ² - ٢س + ١٠ = ٨ هو ٢ فإن الجذر الآخر هو:			
(أ) $\frac{3}{4}$	(ب) $\frac{4}{3}$	(ج) ٣	(د) ٤

٢- أكمل الفراغ التالي:

١- كثيرة الحدود التي لا يمكن كتابتها على صورة ناتج ضرب كثيرتي حدود بمعاملات صحيحة تسمى **كثيرة حدود أولية**

٣- حل كل كثيرة حدود فيما يأتي و إذا لم يكن ذلك ممكنا باستعمال الأعداد الصحيحة فاكتب أولية :

<p>٥ ص ٢ - ٣ ص + ٤</p> <p>٥ = أ ، ٣ = ب ، ٤ = ج</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>عوامل العدد ٢٠</th> <th>مجموع العوامل</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>١- ، ٢٠-</td> <td>٢١-</td> </tr> <tr> <td>٤- ، ٥-</td> <td>٩-</td> </tr> <tr> <td>٢- ، ١٠-</td> <td>١٢-</td> </tr> </tbody> </table> <p>كثيرة حدود أولية لأنه لا يوجد عاملان مجموعها ٣-</p>	عوامل العدد ٢٠	مجموع العوامل	١- ، ٢٠-	٢١-	٤- ، ٥-	٩-	٢- ، ١٠-	١٢-	<p>٢س² + ٩س + ٩</p> <p>٢ = أ ، ٩ = ب ، ٩ = ج</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>عوامل العدد ١٨</th> <th>مجموع العوامل</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>٣ ، ٦</td> <td>٩</td> </tr> </tbody> </table> <p>٢س² + ٩س + ٩ = ٢س² + ٣س + ٦س + ٩س + ٩ = (٢س² + ٣س) + (٦س + ٩س + ٩) = (٢س + ٣)٣ + (٣ + س)٣ = (٣ + س)(٣ + س)</p>	عوامل العدد ١٨	مجموع العوامل	٣ ، ٦	٩
عوامل العدد ٢٠	مجموع العوامل												
١- ، ٢٠-	٢١-												
٤- ، ٥-	٩-												
٢- ، ١٠-	١٢-												
عوامل العدد ١٨	مجموع العوامل												
٣ ، ٦	٩												

٤- اكتشف الخطأ: حل كل من زكريا و سامي المعادلة ٦س² - ٢س + ١٢ = ٠ . فأيهما إجابته صحيحة؟ فسر ذلك .

الإجابة:

زكريا ، أعد كتابة المعادلة للحصول على الصفر في أحد طرفيها . ثم حلل و حل باستعمال خاصية الضرب الصفري .

سامي

$$6س^2 - 2س + 12 = 0$$

$$س(6س - 2) = 12$$

$$س = 12 \text{ أو } 6س - 2 = 12$$

$$س = 13 \text{ أو } س = \frac{13}{6}$$

زكريا

$$6س^2 - 2س + 12 = 0$$

$$٦س^2 - ٢س - ١٢ = ٠$$

$$٠ = (٣ + س)(٣ - س)$$

$$٠ = ٣ - س \text{ أو } ٣ + س = ٤$$

$$س = \frac{3}{2} \text{ أو } س = -\frac{4}{3}$$

اختبر نفسك

المعادلات التربيعية: الفرق بين مربعين

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- تحليل كثيرة الحدود $٤ م^٢ - ٢٥ =$

(د) أولية	(ج) $(٥-٢م)(٥+٢م)$	(ب) $(٥-٢م)(٥+٢م)$	(أ) $(٥+٢م)(٥+٢م)$
-----------	--------------------	--------------------	--------------------

٢- صل من العمود الأول بما يناسبه من العمود الثاني :

$(٣+٢س)(٣-٢س)$	$س^٢ - ٩ =$
$(س+٣)(س-٣)$	$س^٤ - ٩ =$
$(٩+س)(٩-س)$	$س^٢ - ٩ =$
$(٣+س)(٣-س)$	$س^٢ - ٨١ =$

٣- حل كل كثيرة حدود فيما يلي : $٢٥ - م٥٠ - م^٢ + ٣م٢$

جمع الحدود ذات العوامل المشتركة	$(٢٥ + م٥٠) - (٢م + ٣م٢) =$
حلل كل تجميع	$٢٥(١ + م٢) - (١ + م٢)٢م =$
عامل مشترك	$(١ + م٢)(٢٥ - ٢م) =$
تحليل الفرق بين مربعين	$(١ + م٢)(٥ - م)(٥ + م) =$

٤ - اكتشف الخطأ : حللت كل من هلا و منى العبارة الآتية، فأيهما إجابتها صحيحة؟ فسر ذلك .

منى
١٦ س ^٤ - ٢٥ س ^٢
$(٤س^٢ - ٥ص)(٤س^٢ + ٥ص)$

هلا
١٦ س ^٤ - ٢٥ س ^٢
$(٤س - ٥ص)(٤س + ٥ص)$

منى عند التحقق من إجابة هلا يكون ناتج الضرب $١٦ س^٢ - ٢٥ س^٢$

اختبر نفسك

المعادلات التربيعية: المربعات الكاملة

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- حل المعادلة $س^2 + ١٢س + ٣٦ = ٠$ هي :			
أ - ٢	ب - ٤	ج - ٦	د - ٦

٢- ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (*) أمام العبارة الخاطئة:

١- كثيرة الحدود $س^2 + ٣٠س + ٣٦$ تُشكل مربع كامل	(*)
--	-------

٤- حل المعادلة $(س - ٤)^2 = ٦٤$.

$$\sqrt{٦٤} = \sqrt{(س - ٤)^2}$$

$$س - ٤ = \pm ٨$$

$$س - ٤ = ٨ \quad \text{أو} \quad س - ٤ = -٨$$

$$س = ٤ + ٨ \quad \text{أو} \quad س = ٤ - ٨$$

$$س = ١٢ \quad \text{أو} \quad س = -٤$$

الجنران هما ١٢ و -٤

٣- حدد إذا كانت ثلاثية الحدود فيما يلي تشكل مربعا كاملا أم لا . وإذا كانت كذلك فحللها .

$$١٦س^2 - ٥٦س + ٤٩$$

الحد الأول مربع كامل لأن $١٦س^2 = (٤س)^2$

الحد الأخير مربع كامل لأن $٤٩ = ٧^2$

الحد الأوسط $-٥٦س = ٧ \times (٤س) \times ٢$

بما أن الشروط الثلاثة متوفرة فإن العبارة

$١٦س^2 - ٥٦س + ٤٩$ تشكل مربعا كاملا

$$١٦س^2 - ٥٦س + ٤٩ =$$

$$(٤س)^2 - ٢(٤س) \times ٧ + ٧^2 =$$

$$= (٤س - ٧)^2$$

٥- أكتشف الخطأ: حل منصور و فيصل العبارة $س^٨ - س^٤$. تحليلًا تامًا، فأيهما إجابته صحيحة؟

فيصل

$$س^٨ - س^٤ = س^٤(س^٤ - ١) = س^٤(س^٢ + ١)(س - ١)(س + ١)$$

منصور

$$س^٨ - س^٤ = س^٤(س^٢ + ١)(س - ١)$$

فيصل، لم يحلل منصور العبارة تحليلًا تامًا

ملحق الإجابات

الفصل الثامن

اختبر نفسك
تمثيل الدوال التربيعية بيانيا

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- الرأس و معادلة محور التماثل للدالة $s = 2s^2 + 12s + 10$ هي :

(أ) $(-3, 8)$, $s = -3$	(ب) $(3, 12)$, $s = 3$	(ج) $(-8, 3)$, $s = -3$	(د) $(3, 8)$, $s = 3$
٢- مدى الدالة $s = -3s^2 + 6s + 3$ هو :			
(أ) $\{s s \geq 7\}$	(ب) $\{s s \leq 7\}$	(ج) $\{s s \geq 6\}$	(د) $\{s s \leq 6\}$

٢- اكمل الفراغات التالية :

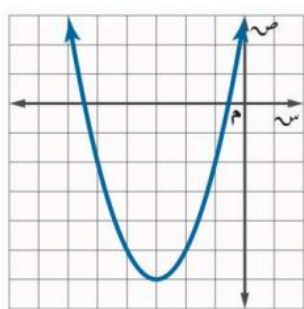
١- التمثيل البياني لدالة تربيعية هو قطع مكافئ

٢- القيمة العظمى للدالة $(s) = -2s^2 - 8s + 1$ تساوي ٩

٣- المقطع الصادي للدالة $s = (1-s)^2 + 5$ يساوي ٦

٤- مستعينة بالتمثيل المجاور اوجدني

ما هو مطلوب منك :



١- رأس القطع المكافئ $(-3, -6)$

٢- معادلة محور التماثل $s = -3$

٣- المقطع الصادي هو ٣

٣- مثل الدالة $(s) = s^2 - 4s + 1$ بيانيا .

معادلة محور التماثل

$s = 2$

الرأس

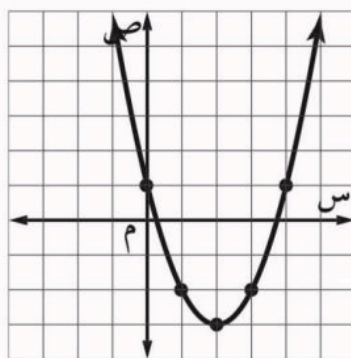
يقع الرأس عند النقطة

$(2, -3)$

التمثيل مفتوح إلى أعلى

الرأس يمثل قيمة صغرى

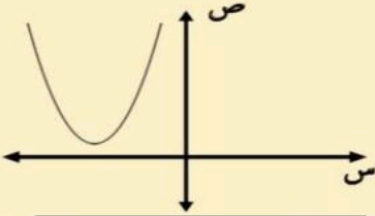
المقطع الصادي يساوي ١



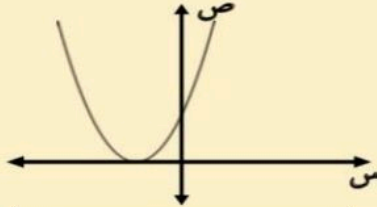
اختبر نفسك
حل المعادلات التربيعية بيانيا

١- اكمل الفراغات التالية :

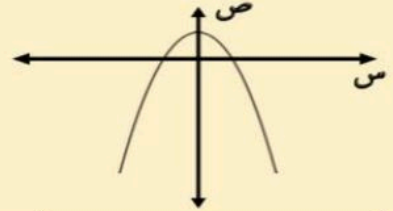
حلول المعادلات التربيعية



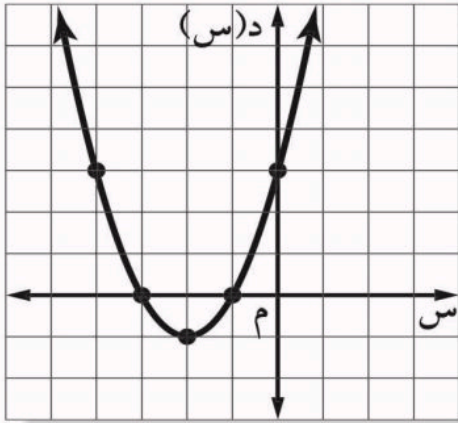
لا يوجد حلول حقيقية



حل حقيقي وحيد



حلان حقيقيان



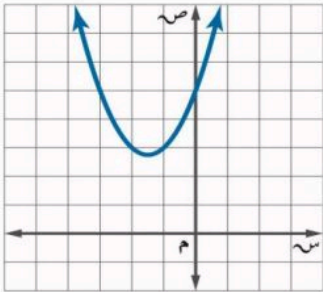
٢- حل المعادلة $س^2 + ٤س + ٣ = ٠$ بيانيا :

امثل الدالة $د(س) = س^2 + ٤س + ٣$ المرتبطة بالمعادلة بيانيا

تظهر المقاطع السينية للتمثيل البياني عند $١-، ٣-$

لذا فالحلول هي $١-، ٣-$

٣- اكتشف الخطأ : يقوم معاذ و أحمد بإيجاد عدد الأصفار الحقيقية للدالة الممثلة بالشكل المجاور فأيهما كانت إجابته صحيحة ؟ فسر إجابتك .



أحمد

لها صفرا حقيقيا واحدا . لأن التمثيل البياني للدالة مقطعا صاديا .

معاذ

ليس لهذه الدالة أصفار حقيقية . لأنه لا يوجد لتمثيلها البياني مقاطع سينية .

الإجابة : معاذ . أصفار الدالة التربيعية هي المقاطع السينية للتمثيل . و بما أن التمثيل لا يقطع محور السينات فلا توجد مقاطع سينية و لا أصفار

اختبر نفسك
حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- قيمة ج التي تجعل $س^2 + ٨س + ج$ مربعا كاملا هي :			
٤ (أ)	١٦ (ب)	٦٤ (ج)	٨ (د)
٢- حلول المعادلة $س^2 + ١٢س = ١٣$ هي			
٦.٢ (أ)	٤.٣ (ب)	١.١٣- (ج)	١٣.٣ (د)

٢- حل المعادلة $س^2 - ٨س + ٧ = ٠$ بإكمال المربع .

اطرح ٧ من كلا الطرفين

$$س^2 - ٨س = -٧$$

بما أن $(\frac{٨}{٢})^2 = ١٦$ لذا أضف ١٦ إلى كلا الطرفين

$$س^2 - ٨س + ١٦ = -٧ + ١٦$$

حلل $س^2 - ٨س + ١٦$

$$(س - ٤)^2 = ٩$$

أوجد الجذر التربيعي لكلا الطرفين

$$س - ٤ = \pm ٣$$

افصل الحلين

$$س - ٤ = ٣ \quad \text{أو} \quad س - ٤ = -٣$$

$$س = ٣ + ٤ \quad \text{أو} \quad س = -٣ + ٤$$

$$س = ٧ \quad \text{أو} \quad س = ١$$

الحلان هما ٧، ١

٣- حدد العبارة التي تختلف عن العبارات الثلاث الأخرى . وفسر إجابتك .

$$ن^2 + ن + ١$$

$$ن^2 - ٦ن + ٩$$

$$ن^2 + ٤ن + ٤$$

$$ن^2 - ٢ن + ١$$

$ن^2 + ن + ١$ هي ثلاثية الحدود الوحيدة التي لا تمثل مربعا كاملا .



اختبر نفسك

حل المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- قيمة المميز للمعادلة $s^2 - 9s + 21 = 0$ تساوي			
أ) ٩ ، ٤	ب) ٣ -	ج) ٧٢	د) ١٦٥
٢- عدد الحلول الحقيقية للمعادلة $3s^2 - 8s + 8 = 0$ تساوي			
أ) واحد فقط	ب) حلان	ج) عدد لانتهائي	د) لا يوجد حل

٢- ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (*) أمام العبارة الخاطئة :

١- إذا كانت قيمة المميز للمعادلة عدد سالب فإن للمعادلة حل حقيقي واحد . (*)

٣- حل المعادلة $s^2 + 6s - 16 = 0$ باستعمال القانون العام .

$$s = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$s = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4(1)(-16)}}{2(1)}$$

$$s = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 64}}{2}$$

$$s = \frac{-6 \pm \sqrt{100}}{2}$$

$$s = \frac{-6 \pm 10}{2}$$

$$s = \frac{-6 + 10}{2} \quad , \quad s = \frac{-6 - 10}{2}$$

$$s = 2 \quad , \quad s = -8$$

الحلان هما ٢ و -٨

٤- اوجد قيم المميز للمعادلة $9s^2 - 30s + 25 = 0$ ثم حدد عدد حلولها الحقيقية .

$$\text{المميز} = b^2 - 4ac = 9 = 3^2$$

$$= (30)^2 - 4(9)(25) = 900 - 900 = 0$$

بما أن المميز يساوي صفر فإن عدد الجلول الحقيقية واحد



ملحق الإجابات

الفصل التاسع

اختبر نفسك
تبسيط العبارات الجذرية

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي:

١- تبسيط العبارة الجذرية $\sqrt{24}$ =

(أ) $\sqrt{6} \times 2$	(ب) $\sqrt{6} \times 4$	(ج) $2\sqrt{6}$	(د) ١٢
-------------------------	-------------------------	-----------------	--------

٢- تبسيط $\sqrt{8} \times \sqrt{5}$ =

(أ) $\sqrt{40}$	(ب) $2\sqrt{10}$	(ج) $4\sqrt{5}$	(د) $5\sqrt{8}$
-----------------	------------------	-----------------	-----------------

٣- تبسيط العبارة $\sqrt{\frac{45}{10}}$ =

(أ) $\frac{\sqrt{2} \times 3}{2}$	(ب) $\frac{\sqrt{5} \times 2}{10}$	(ج) $\frac{\sqrt{450}}{10}$	(د) $\frac{\sqrt{50}}{10}$
-----------------------------------	------------------------------------	-----------------------------	----------------------------

٢- اكمل الفراغات التالية:

١- $\sqrt{88} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 11} = 2\sqrt{22}$

٢- مرافق $\sqrt{7} - 6$ هو $\sqrt{7} + 6$

٤- بسط العبارة

$$\sqrt{56} \times \sqrt{5} \times \sqrt{7} = \sqrt{5 \times 7 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7} = \sqrt{14} \times 2 = 2\sqrt{14}$$

٣- بسط العبارة:

$$\frac{3}{\sqrt{5} + 3} \times \frac{\sqrt{5} - 3}{\sqrt{5} - 3} = \frac{3(\sqrt{5} - 3)}{5 - 9} = \frac{3\sqrt{5} - 9}{-4} = \frac{9 - 3\sqrt{5}}{4}$$

اختبر نفسك

العمليات على العبارات الجذرية

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

$$= \sqrt{4} \sqrt{7} \times \sqrt{5} \sqrt{2} - 1$$

(د) $\sqrt{10} \sqrt{28}$

(ج) $\sqrt{5} \sqrt{28}$

(ب) $\sqrt{5} \sqrt{14}$

(أ) $\sqrt{20} \sqrt{14}$

$$= \sqrt{2} \sqrt{4} + \sqrt{2} \sqrt{5} - \sqrt{2} \sqrt{3}$$

(د) $\sqrt{6} \sqrt{6}$

(ج) $\sqrt{6} \sqrt{2}$

(ب) $\sqrt{2} \sqrt{2}$

(أ) $\sqrt{2} \sqrt{4}$

$$= \sqrt{7} \sqrt{3} + \sqrt{3} \sqrt{6} - \sqrt{7} \sqrt{3} + \sqrt{3} \sqrt{4}$$

(د) $\sqrt{7} \sqrt{6} + \sqrt{3} \sqrt{10}$

(ج) $\sqrt{14} \sqrt{6} + \sqrt{6} \sqrt{2}$

(ب) $\sqrt{7} \sqrt{6} + \sqrt{3} \sqrt{2}$

(أ) $\sqrt{7} \sqrt{6} + \sqrt{3} \sqrt{2}$

٢- اكمل الفراغات التالية :

$$\sqrt{6} \sqrt{16} = \sqrt{24} \sqrt{2} + \sqrt{54} \sqrt{4} \quad (١)$$

$$\sqrt{3} \sqrt{3} = \sqrt{12} \sqrt{2} - \sqrt{3} \sqrt{2} + \sqrt{27} \sqrt{2} \quad (٢)$$

٣- أوجد مساحة المستطيل المجاور بأبسط صورة .

$$\text{مساحة المستطيل} = (\sqrt{3} + \sqrt{5}) \sqrt{2} (\sqrt{3} \sqrt{2} - \sqrt{5} \sqrt{2})$$

$$= (\sqrt{3}) (\sqrt{3} \sqrt{2}) - (\sqrt{5} \sqrt{2}) (\sqrt{3} \sqrt{2}) - (\sqrt{3}) (\sqrt{5}) + (\sqrt{5} \sqrt{2}) (\sqrt{5} \sqrt{2}) =$$

$$= 6 - 10\sqrt{4} - 15\sqrt{6} + 10 =$$

$$= 16 - 20 - 15\sqrt{6} = -4 - 15\sqrt{6}$$

$$\sqrt{3} + \sqrt{5} \sqrt{2}$$



اختبر نفسك
المعادلات الجذرية

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- حل المعادلة $\sqrt{s-3} - 2 = 4$ هو:			
أ) ٣٦	ب) ٣٩	ج) ٤٢	د) ٤٥
٢- حل المعادلة $s - 3 = \sqrt{s-1}$ هو :			
أ) ٣	ب) ٤	ج) ٥	د) ٦

٢- اكمل الفراغات الآتية :

١- المعادلات التي تحتوي متغيرات تحت الجذر تسمى معادلات جذرية

٢- لحل المعادلات الجذرية اجعل الجذر في طرف المعادلة أولاً ثم ربع طرفيها للتخلص من الجذر

٣- حل المعادلة $14 = \sqrt{1+h} + 4$ و تحقق من صحة الحل .

$$\begin{aligned} \text{المعادلة الأصلية} & 14 = \sqrt{1+h} + 4 \\ \text{اطرح ٤ من الطرفين} & 4 - 14 = \sqrt{1+h} \\ \text{ربع الطرفين و بسط} & 10 = \sqrt{1+h} \\ \text{بسط} & 100 = 1+h \\ \text{اطرح ١ من الطرفين} & 99 = h \end{aligned}$$

التحقق من الحل

بالتعويض عن $h = 99$ في المعادلة الأصلية

$$\begin{aligned} 14 &= 1 + 99\sqrt{+4} \\ 14 &= \sqrt{100} + 4 \\ 14 &= 10 + 4 \\ 14 &= 14 \end{aligned}$$

اختبر نفسك
نظرية فيثاغورس

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- مساحة المثلث م ن ب بالوحدات المربعة في الشكل المجاور :



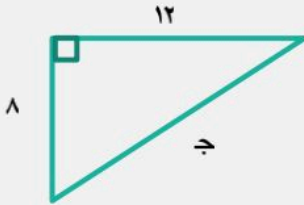
١٩, ٢١ (د)	٣٠٧, ٣٥ (ج)	١٥٣, ٦٧ (ب)	٢٩, ٦٨ (أ)
٢- أي الأطوال التالية تشكل أضلاع مثلث قائم الزاوية ؟			
٣, ٥, ٣ (د)	٨, ٤, ٣ (ج)	١٢, ٦, ٦ (ب)	١٥, ١٢, ٩ (أ)

٢- اكمل الفراغات الآتية :

١- يسمى الضلع المقابل للزاوية القائمة في المثلث القائم الزاوية **الوتر**

٢- ضلعا المثلث القائم الزاوية غير الوتر هما **ساقين**

٣- أوجد طول الضلع المجهول في المثلث المقابل :-



$$\text{ج} = ٢١ + ٢$$

$$\text{ج} = ٢٨ + ٢١٢$$

$$\text{ج} = ٦٤ + ١٤٤$$

$$\text{ج} = ٢٠٨ \text{ اوجد الجذر التربيعي لكلا الطرفين}$$

$$\text{ج} = ١٤, ٤٢ \pm$$

بما أن طول الضلع لا يكون سالبا، لذا فإن طول الضلع هو ٤٢، ١٤ وحدة

٤- اكتشف الخطأ: يحاول حسام و حازم تحديد إن كانت الأعداد ٨٥، ٧٧، ٣٦ تشكل ثلاثية فيثاغورس. فأيهما إجابته صحيحة؟ فسر إجابتك.

الإجابة / حسام . يجب أن يساوي مربع العدد الأكبر مجموع مربعي العددين الآخرين . حيث تتحقق عندها ثلاثية فيثاغورس

حازم

$$\begin{aligned} ٢٧٧ & \stackrel{?}{=} ٢٨٥ + ٢٣٦ \\ ٥٩٢٩ & \stackrel{?}{=} ٧٢٢٥ + ١٢٩٦ \\ ٥٩٢٩ & \neq ٩٠٢١ \\ & \text{لا} \end{aligned}$$

حسام

$$\begin{aligned} ٢٨٥ & \stackrel{?}{=} ٢٧٧ + ٢٣٦ \\ ٧٢٢٥ & \stackrel{?}{=} ٥٩٢٩ + ١٢٩٦ \\ ٧٢٢٥ & = ٧٢٢٥ \\ & \text{نعم} \end{aligned}$$

اختبر نفسك
المسافة بين نقطتين

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - المسافة بين النقطتين $(3, 1), (3, 5) =$			
١٦ (أ)	٤ (ب)	٥ (ج)	٩ (د)
٢ - إحداثيي نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة التي تصل بين النقطتين $(3, 1), (9, 9) =$			
(٦, ٥) (أ)	(٦, ٤) (ب)	(٦, ٨) (ج)	(١٢, ١٠) (د)

٢ - اكمل الفراغ الآتي :

١ - تسمى النقطة الواقعة على بعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيمة و تنتمي إلى هذه القطعة نقطة المنتصف

٣ - أراد سعد و جمال أن يلتقيا في مطعم مشويات كما في التمثيل المجاور فاستعمل سعد قاربه للوصول إلى المطعم في حين استعمل جمال سيارته . علما بأن طول ضلع كل مربع من المستوى الإحداثي يمثل كيلومترا واحدا .



ب- ما المسافة التي قطعها جمال ؟

$$\text{إحداثي بيت جمال} = (1, 3)$$

$$\text{إحداثي مطعم المشويات} = (3, 1)$$

$$m = \sqrt{(3-1)^2 + (1-3)^2}$$

$$= \sqrt{2^2 + (-2)^2}$$

$$= \sqrt{4 + 4}$$

$$= \sqrt{8} = 2,8 \text{ كلم تقريبا}$$

أ- ما المسافة التي قطعها سعد ؟

$$\text{إحداثي بيت سعد} = (3, 5)$$

$$\text{إحداثي مطعم المشويات} = (3, 1)$$

$$\text{المسافة} = \sqrt{(3-3)^2 + (1-5)^2}$$

$$= \sqrt{0^2 + (-4)^2}$$

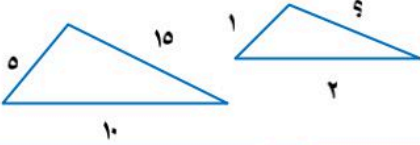
$$= \sqrt{16}$$

$$= 4 \text{ كلم}$$

اختبر نفسك
المثلثات المتشابهة

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- في الشكل $\triangle \triangle$ متشابهان قياس الضلع المجهول =



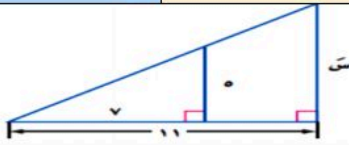
٣ (د)

٦ (ج)

١٠ (ب)

١٢ (أ)

٢- طول الضلع المجهول س في المثلثين المتشابهين يساوي



$\frac{55}{3}$ (د)

$\frac{11}{5}$ (ج)

$\frac{77}{5}$ (ب)

$\frac{55}{7}$ (أ)

٢- اكمل الفراغ الآتي:

١- في المثلثين إذا تناسبت الأضلاع المتناظرة وتساوت الزوايا المتناظرة يكون المثلثان متشابهين

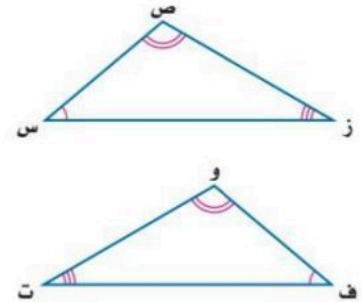
٣- قارنت رهف و نوال بين المثلثين المتشابهين المجاورين . فأيهما كانت مقارنتها صحيحة ؟ فسر إجابتك .

نوال

ق \triangle س = ق \triangle و
ق \triangle ص = ق \triangle ف
ق \triangle ز = ق \triangle ت
 \triangle س ص ز ~ \triangle و ف ت

رهف

ق \triangle س = ق \triangle ت
ق \triangle ص = ق \triangle و
ق \triangle ز = ق \triangle ف
 \triangle س ص ز ~ \triangle ت و ف



الإجابة / كلاتهما خطأ ، فالأقواس تشير إلى الزوايا المتناظرة ، لذا فإن \triangle س ص ز ~ \triangle و ف ت

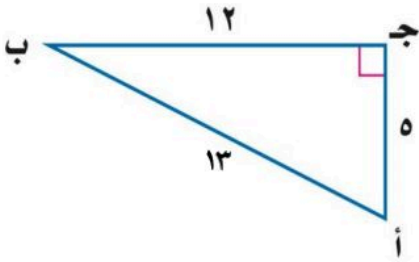
اختبر نفسك
النسب المثلثية

١- اكمل الفراغات الآتية :

١- النسبة التي تقارن بين طولي ضلعين من أضلاع المثلث القائم تسمى النسب المثلثية

٢- دراسة العلاقة بين زوايا المثلث و أضلاعه يسمى حساب المثلثات

٢- أوجد قيم النسب المثلثية الثلاث للزاوية ب.



$$\text{جتا ب} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{12}{13}$$

$$\text{جاء ب} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{5}{13}$$

$$\text{ظا ب} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{5}{12}$$

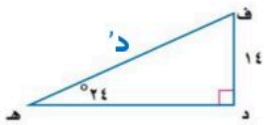
٣- استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة كل نسبة مثلثية فيما يأتي و قرب إلى اقرب جزء من ألف .

$$\text{ظا } 14^\circ = 0,2493$$

$$\text{جتا } 23^\circ = 0,9205$$

$$\text{جاء } 37^\circ = 0,6018$$

٥- أوجد قياس د في المثلث مقربا إلى اقرب جزء من عشرة :



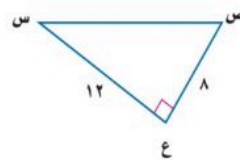
$$\text{جاء د} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\text{جاء د} = \frac{14}{24}$$

$$\text{جاء د} = \frac{14}{24}$$

$$\text{د} = 34,4$$

٤- أوجد قياس س في المثلث مقربا إلى اقرب درجة:



$$\text{ق } \angle \text{س} =$$

$$\text{جاء س} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\text{جاء س} = \frac{8}{12}$$

$$\text{جاء س} = 0,6667$$

$$\text{س} = 34^\circ$$

ملحق الإجابات

الفصل العاشر

اختبر نفسك
تصميم دراسة مسحية

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- يقف عدد من الطلاب عند مدخل المدرسة و يسألون كل عاشر طالب يدخلها عن هوايته المفضلة .

أ) متحيزة	ب) غير متحيزة	ج) طبقية	د) غير ذلك
------------	----------------	-----------	-------------

٢- حدد العينة و المجتمع الذي اختيرت مه . ثم صف أسلوب جمع البيانات المستعمل في كل مما يلي :

١- يريد مدير ناد رياضي أن يحدد شعارا للنادي . فسأل ١٠٠ شخص من مشجعي النادي اختيروا عشوائيا عن آرائهم .

العينة /
١٠٠ شخص من مشجعي
النادي

المجتمع /
مشجعي النادي جميعهم

أسلوب جمع البيانات /
دراسة مسحية

٢- سألت وكالة سياحية جميع زبائنها الذين تعاملوا معها خلال السنتين الماضيتين عن الأماكن الأكثر تفضيلا و الأقل تفضيلا .

العينة /
الذين تعاملوا مع الشركة
خلال السنتين الماضيتين

المجتمع /
الزبائن
السابقون جميعهم

أسلوب جمع البيانات /
دراسة مسحية

٣- اكمل الفراغات الآتية :

١- العينة التي يختار أفرادها تبعا لزم من معين أو فترة زمنية محددة تسمى العينة العشوائية المنتظمة

٢- العينة التي لها فرصة الاختيار نفسها كأى عينة أخرى من المجتمع تسمى العينة العشوائية المنتظمة

٣- جزء ١ من مجموعة أكبر تسمى المجتمع هي العينة

٤- حدد العينة و المجتمع الذي اختيرت منه ثم صف العينة إلى بسيطة أو طبقية أو منتظمة :

يفحص المدير في أحد المطاعم جودة الفطائر كل ٢٠ دقيقة بدءا بوقت يحدد عشوائيا

العينة /
الفطائر التي يتم
فحصها كل ٢٠ دقيقة

المجتمع /
جميع الفطائر التي
تعد في المطعم

تصنيف العينة /
منتظمة لأنه يتم
فحص الفطائر في فترات زمنية محددة

اختبر نفسك
تحليل نتائج الدراسة المسحية

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١ - العدد أو الأعداد الأكثر تكراراً في مجموعة البيانات يسمى :

أ) المتوسط	ب) الوسيط	ج) المنوال	د) المدى
------------	-----------	------------	----------

٢ - ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (*) أمام العبارة الخاطئة :

١ - الوسيط هو مجموع البيانات مقسوماً على عددها (*)

٢ - البيانات النوعية يمكن أن تأخذ قيمة عددية (*)

٣- أي مقياس النزعة المركزية (إن وجدت) هو الأنسب لتمثيل البيانات ؟ و برر إجابتك . ثم أحسب ذلك المقياس

أجريت دراسة حول الأنشطة الصيفية المفضلة التي يمارسها الطلاب . و عرضت نتائجها في الجدول المجاور .

الأنشطة الصيفية			
السباحة	٦٥٠	المخيمات	٤٣٢
الرحلات	٨٨٥	المطالعة	٢٨١
الرياضة	١١٢٣	أخرى	٥١٤

لا يمكن حساب مقياس للنزعة المركزية . لأن قيم البيانات تمثل أشياء مختلفة .

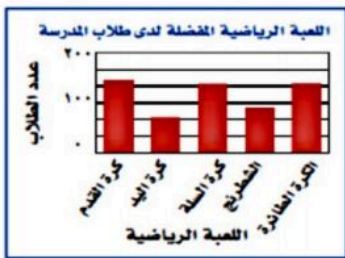
٤ - حدد صحة المعلومات و الاستنتاجات لتقرير الدراسة المسحية فيما يأتي :

يوضح التمثيل بالأعمدة المجاور نتائج استطلاع أجراه مدرس التربية الرياضية لمعرفة اللعبة الرياضية التي يفضلها طلاب المدرسة .

السؤال : ما اللعبة الرياضية التي تفضلها ؟

الاستنتاج : كرة اليد هي اللعبة الأقل شيوعاً من الألعاب الرياضية المفضلة .

التمثيل و الاستنتاج صحيحان



اختبر نفسك
إحصائيات العينة و معالم المجتمع

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- المتوسط الحسابي لمجموعة البيانات ٦ ، ١٠ ، ١٥ ، ١١ ، ٨ يساوي			
٦ (أ)	٨ (ب)	١٠ (ج)	١٢ (د)
٢- الانحراف المعياري للأعداد ١٢ ، ١٥ ، ١٨ ، ٢١ يساوي			
١١ ، ٣ (أ)	٣ ، ٤ (ب)	٩ ، ٦ (ج)	١٦ ، ٥ (د)

٢- أكمل الفراغ التالي:

١- التباين هو مربع الانحراف المعياري للبيانات .

٢- الانحراف المعياري هو القيمة التي تدل على مدى تباعد قيم مجموعة البيانات عن متوسطها الحسابي

٣- عين العينة و المجتمع . ثم صنف إحصائي العينة و معلمة المجتمع .

اختيرت عينة عشوائية طبقية من طلاب المدارس الثانوية في منطقة عسير التعليمية . و سئل أفراد العينة عن الوقت الذي يقضيه كل منهم في الأنشطة المنهجية الإضافية خلال الأسبوع .

<p>معلمة المجتمع / الوقت الذي يقضيه كل طلاب المدارس الثانوية في الأنشطة المنهجية الإضافية</p>	<p>إحصائي العينة / الوقت الذي يقضيه أفراد العينة في الأنشطة المنهجية الإضافية</p>	<p>المجتمع / طلاب المدرسة الثانوية في منطقة عسير جميعهم</p>	<p>العينة / عينة عشوائية طبقية من طلاب المدارس الثانوية في منطقة عسير</p>
---	---	---	---

٤- اكتشف الخطأ : تصف كل من سحر و رغد طريقة دقة دراسة مسحية . فأيهما إجابتها صحيحة ؟ فسر ذلك .

الإجابة /
كلا الإجابتين صحيحة . إذ إن
الطريقة التي ذكرتها كل من
سحر و رغد تؤدي إلى زيادة دقة
الدراسة المسحية

رغد
يجب اختيار عينة الدراسة
المسحية عشوائيا . و يجب أن
تؤخذ عدة عينات عشوائية

سحر
يجب أن تشمل الدراسة
المسحية على أكبر عدد ممكن
من أفراد المجتمع

اختبر نفسك
التباديل والتوافيق

١- اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- بكم طريقة يمكن اختيار لجنة مكونة من ٤ أشخاص من بين ١٢ شخصا ؟			
٤٨ (أ)	٤٨٣ (ب)	٤٩٥ (ج)	٨٨٠ (د)
٢- يريد أحد المراكز التجارية أن يعرض صور جوائز الست التي يوزعها على الزبائن على لوحة . بكم طريقة يمكن تنظيم الجوائز في صف واحد ؟			
١٢٠ (أ)	٤٥٠ (ب)	٧٢٠ (ج)	٩٦٠ (د)
${}^3P_2 = 6$			
١٤ (أ)	٤٢ (ب)	٤٩ (ج)	٢٤٠ (د)
${}^4C_4 = 1$			
١٥ (أ)	٢٠ (ب)	٣٠ (ج)	٤٥ (د)

٢- أكمل الفراغ التالي:

١- عدد طرق التشكيل الممكنة لمجموعة عناصر ليس لترتيبها أهمية تسمى التوافيق

٣- حدد هل يتضمن كل موقف من المواقف الآتية تباديل أم توافيق :

توافيق

اختيار ٥ كتب لقراءتها من بين ٨ كتب على رف

تباديل

اختيار الفائزين بالمراكز الثلاثة الأولى في مسابقة ثقافية

٤- اكتشف الخطأ : تريد كل من سلمى و نوف أن يكونا لجنة مؤلفة من ٤ طالبات . للإشراف على تزيين المدرسة استعدادا لاحتفال تكريم الأوائل . تريد كل منهما أن تحدد عدد اللجان التي يمكن تشكيلها إذا تطوع ١٠ طالبات للقيام بهذا العمل . فأيهما كانت إجابتها صحيحة ؟ فسر إجابتك .

الإجابة

نوف . بما أن الترتيب غير مهم .
فيجب استعمال التوافيق

$$\begin{aligned} \text{نوف} \\ \frac{{}^{10}P_4}{{}^{10}P_4} &= {}^4C_4 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{سلمى} \\ \frac{{}^{10}P_4}{{}^{10}P_4} &= {}^4P_4 \\ &= 24 \end{aligned}$$

اختبر نفسك
احتمالات الحوادث المركبة

١- ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارة الخاطئة:

١- عند رمي مكعب أرقام فإن حادثة ظهور (عدد فردي أو أولي) حوادث متنافية (✗)

٢- اكمل الفراغات التالية:

١- عندما تؤثر نتيجة حادثة ما في نتيجة حادثة أخرى تسمى حادثان غير مستقلتين

٢- الحادثان اللتان لا يمكن وقوعهما معا تسمى حادثان متنافيتان

٣- يحتوي كيس على ٣ كرات حمراء و كرتين خضراوين و ٤ كرات زرقاء . اختيرت منه كرتان عشوائيا دون إرجاع . أوجد احتمال أن تكون الكرتان زرقاوين .

الحادثان غير مستقلتين

ح (أ و ب) = ح (أ) × ح (ب)

الكرة الأولى : ح (زرقاء) = $\frac{4}{9}$

الكرة الثانية : ح (زرقاء) = $\frac{3}{8}$

ح (زرقاء و زرقاء) = $\frac{3}{8} \times \frac{4}{9} = \frac{12}{72} = \frac{1}{6}$

احتمال سحب كرتين زرقاوين دون إرجاع يساوي $\frac{1}{6}$

٤- أوجد كلا من الاحتمالات الآتية عند رمي مكعب أرقام :

ح (عدد زوجي) = $\frac{1}{2} = 50\%$

ح (٢ أو ٣) = $\frac{1}{3} = 33\%$ تقريبا

ح (أقل من ٣) = $\frac{1}{3} = 33\%$ تقريبا

٥- اكتشف الخطأ : يريد كل من حمد و جمال تحديد احتمال اختيار كرة زرقاء او حمراء عشوائيا من

كيس يحتوي على ٨ كرات زرقاء و ٦ حمراء و ٨ صفراء و ٤ بيضاء فإيهما إجابته صحيحة مع التبرير ؟

الإجابة / حمد . يجب جمع
الإحتمالين لأننا نريد احتمال كرة
زرقاء أو حمراء و هما حادثان
متنافيتان

جمال

ح (زرقاء أو حمراء)
ح (زرقاء) × ح (حمراء)
 $\frac{7}{26} \times \frac{8}{26} =$
 $\frac{56}{676} = 8\%$ تقريبا

حمد

ح (زرقاء أو حمراء)
ح (زرقاء) + ح (حمراء)
 $\frac{7}{26} + \frac{8}{26} =$
 $\frac{15}{13} = 115\%$ تقريبا

المراجع

ماجروهيل رياضيات ثالث متوسط الفصل الدراسي
وزارة التعليم
مجموعة العبيكان للاستثمار